

高三

数学

一轮闯关训练

计数与概率统计

Math

产品亮点

- ▶ 分层合理效率高
- ▶ 精选分类覆盖广
- ▶ 题目典型收获多

目录



第 1 讲

计数原理 1

第 2 讲

二项式定理 7

第 3 讲

随机事件与概率 13

第 4 讲

离散型随机变量 20

第 5 讲

常见分布 28

第 6 讲

随机抽样 35

第 7 讲

成对数据的统计分析	43
-----------	----

第 8 讲

基础检测卷	54
-------	----

第 9 讲

中档检测卷	57
-------	----

参考答案与解析	60
---------	----

第 1 讲

计数原理



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

加法原理与乘法原理

练1（★★☆☆☆）（2020·山东）

6名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者，每名同学只去1个场馆，甲场馆安排1名，乙场馆安排2名，丙场馆安排3名，则不同的安排方法共有（ ）

- A. 120种 B. 90种 C. 60种 D. 30种

练2（★★☆☆☆）（2020·江苏泰州市月考）

有不同的语文书9本，不同的数学书7本，不同的英语书5本，从中选出不属于同一学科的书2本，则不同的选法有（ ）

- A. 21种 B. 315种 C. 153种 D. 143种

练3（★★☆☆☆）（2018·山东模拟）

景区中有一座山，山的南面有2条道路，山的北面有3条道路，均可用于游客上山或下山，假设没有其它道路，某游客计划从山的一面走到山顶后，接着从另一面下山，则不同走法的种数是（ ）

- A. 6 B. 10 C. 12 D. 20

排列数与组合数

练4 (★★☆☆☆)

已知 $A_{n+1}^2 - A_n^2 = 10$, 则 n 得值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

练5 (★★☆☆☆) (2018·陕西西安市期末【理】)

乘积 $m(m+1)(m+2)\cdots(m+19)(m+20)$ ($m \in \mathbf{N}_+$) 可表示为 ()

- A. A_{m+20}^{21} B. A_m^{21} C. A_{m+20}^{20} D. A_m^{20}

练6 (★★☆☆☆) (2019·山东聊城市期末)

若 $C_{n+1}^6 - C_n^6 = C_n^7$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 n 等于 ()

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

排列组合简单应用

练7 (★★☆☆☆) (2018·山东潍坊市期末)

从5名男医生、4名女医生中选3名医生组成一个医疗小分队, 要求其中男、女医生都有, 则不同的组队方案共有 ()

- A. 70种 B. 80种 C. 100种 D. 140种

练8 (★★☆☆☆) (2020·福建莆田市期末)

10名同学合影, 站成前排4人后排6人, 现摄影师要从后排6人中抽2人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 ()

- A. $C_6^2 A_3^2$ B. $C_6^2 A_6^6$ C. $C_6^2 A_6^2$ D. $C_6^2 A_5^2$

练9 (★★☆☆☆) (2018·辽宁抚顺市期末【理】)

某班准备从甲、乙、丙等6人中选出4人参加某项活动,要求甲、乙、丙三人中至少有两人参加,那么不同的方法有()

- A. 18种 B. 12种 C. 432种 D. 288种

练10 (★★☆☆☆) (2018·陕西西安市期末【理】)

甲组有5名男同学,3名女同学;乙组有6名男同学、2名女同学.若从甲、乙两组中各选出2名同学,则选出的4人中恰有1名女同学的不同选法共有()

- A. 150种 B. 180种 C. 300种 D. 345种

刷中档 本模块适合60–90分水平学生(满分150分).

排序问题

练11 (★★★★☆) (2020·天津和平区期末)

某台小型晚会由6个节目组成,演出顺序有如下要求:节目甲必须排在第四位、节目乙不能排在第一位、节目丙必须排在最后一位,该台晚会节目演出顺序的编排方案共有()

- A. 12种 B. 18种 C. 36种 D. 54种

练12 (★★★★☆) (2019·天津宝坻区期末)

某班班会准备从含甲、乙的6名学生中选取4人发言,要求甲、乙2人中至少有一人参加,且若甲、乙同时参加,则他们发言时顺序不能相邻,那么不同的发言顺序的种数为()

- A. 720 B. 520 C. 600 D. 264

数字组成问题

练13 (★☆☆☆☆) (2015·福建泉州市期末【理】)

由1, 2, 3, 4组成没有重复数字的三位数的个数为()

- A. 36 B. 24 C. 12 D. 6

练14 (★★☆☆☆) (2018·黑龙江双鸭山市期中【理】)

用数字1, 2, 3, 4, 5组成没有重复数字的五位数, 其中奇数的个数为 ()

- A. 24 B. 48 C. 60 D. 72

分组分配问题

练15 (★★☆☆☆) (2019·浙江丽水市月考)

6个人分乘两辆不同的汽车, 每辆车最多坐4人, 则不同的乘车方法有 ()

- A. 40种 B. 50种 C. 60种 D. 70种

练16 (★★☆☆☆) (2017·河北唐山市期中【理】)

将7名学生分配到甲、乙两个宿舍中, 每个宿舍至少安排2名学生, 那么互不相同的分配方案共有 ()

- A. 252种 B. 112种 C. 70种 D. 56种

练17 (★★☆☆☆) (2015·陕西西安市月考【理】)

将4个不同的球放入3个不同的盒中, 每个盒内至少有1个球, 则不同的放法种数为 ()

- A. 24 B. 36 C. 48 D. 96

染色问题

练18 (★★☆☆☆) (2018·海南琼海市期末【理】)

现有4种不同的颜色为公民基本道德规范四个主题词(如图)涂色, 要求相邻的词语涂不同颜色, 则不同的涂法种数为 ()

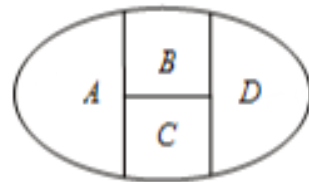
- A. 144
B. 108
C. 54
D. 27

爱国	敬业	诚信	友善
----	----	----	----

练19 (★★☆☆) (2018·山东菏泽市期末【理】)

如图,用6种不同的颜色把图中 A , B , C , D 四块区域分开,若相邻区域不能涂同一种颜色,则不同的涂法共有 ()

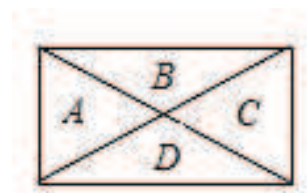
- A. 496种
B. 480种
C. 460种
D. 400种



练20 (★★☆☆) (2017·新疆乌鲁木齐市月考【理】)

用5种不同的颜色给如图标有 A , B , C , D 的各部分涂色,每部分只涂一种颜色,且相邻两部分涂不同颜色,则不同的涂色方法共有 ()

- A. 160种
B. 240种
C. 260种
D. 360种



提能力 本模块适合90–120分水平学生(满分150分)。

特殊元素优先法

练21 (★★☆☆) (2018·浙江湖州市期末)

某班六位学生参演一个文艺节目,分别饰演其中的6个不同角色,其中1号角色只能由小丁或小军出演,6号角色不能由小丁出演,则不同的角色分配方案有 ()

- A. 192种 B. 288种 C. 240种 D. 216种

练22 (★★☆☆) (2018·浙江嘉兴市期末)

甲、乙、丙3位志愿者安排在周一至周五的5天中参加某项志愿者活动,要求每人参加一天且每天至多安排一人,并要求甲安排在另外两位前面. 不同的安排方法共有 ()

- A. 20种 B. 30种 C. 40种 D. 60种

捆绑法

练23 (★★★☆☆) (2019·浙江宁波市期末)

A, B, C, D, E, F 六名同学站成一排照相, 其中 A, B 两人相邻的不同排法有 ()

- A. 720种 B. 360种 C. 240种 D. 120种

练24 (★★★☆☆) (2018·湖北荆州市期中【理】)

在航天员进行的一项太空实验中, 要先后实施6个程序, 其中程序 A 只能出现在第一步或最后一步, 程序 B 和 C 实施时必须相邻, 请问实验顺序的编排方法共有 ()

- A. 24种 B. 48种 C. 96种 D. 144种

插空法

练25 (★★★☆☆) (2020·北京东城区期末)

3位老师和4名学生站成一排, 要求任意两位老师都不相邻, 则不同的排法种数为 ()

- A. A_7^7 B. $A_4^4 + A_3^3$ C. $A_4^4 A_3^3$ D. $A_4^4 A_5^3$

练26 (★★★☆☆) (2018·上海徐汇区一模)

现有8个人排成一排照相, 其中甲、乙、丙三人两两不相邻的排法种数为 ()

- A. $A_5^3 \cdot A_3^3$ B. $A_8^8 - A_6^6 \cdot A_3^3$ C. $A_6^3 \cdot A_5^5$ D. $A_8^8 - A_6^4$

第 2 讲

二项式定理



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

常数项项数

练1 (★★☆☆☆)

$\left(3x + \frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式中含有常数项的为 ()

- A. 第4项 B. 第5项 C. 第6项 D. 第7项

练2 (★★☆☆☆)

二项式 $\left(x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的展开式中的常数项是 ()

- A. 第10项 B. 第9项 C. 第8项 D. 第7项

常数项系数

练3 (★★★★☆)

二项式 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 ()

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

练4 (★★★☆☆)

$\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5$ 的展开式中的常数项为 ()

- A. 80 B. -80 C. 40 D. -40

练5 (★★☆☆☆)

$(4^x - 2^{-x})^6$ ($x \in \mathbf{R}$) 的展开式中的常数项是 ()

- A. -20 B. -15 C. 15 D. 20

整数幂项数

练6 (★★☆☆☆)

在 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$ 的展开式中, x 的幂指数是整数的项共有 ()

- A. 3项 B. 4项 C. 5项 D. 6项

练7 (★★☆☆☆)

$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中含 x 的正整数指数幂的项共有 () 项

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

展开式次数

练8 (★★☆☆☆)

若 $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{n+5}$ 的展开式有16项, 则自然数 n 的值为 ()

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 16

练9 (★★★☆☆)

已知 $(1+3x)^n$ 的展开式中含有 x^2 项的系数是 54, 则 $n = (\quad)$

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

练10 (★★★☆☆)

若二项式 $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x}\right)^n$ 的展开式中的常数项为第 5 项, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

刷中档 本模块适合 60–90 分水平学生 (满分 150 分).

二项式系数相等

练11 (★★★☆☆)

在 $(1-x)^{20}$ 的展开式中, 如果第 $4r$ 项和第 $r+2$ 项的二项式系数相等, 则 r 的值为 $(\quad)$

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

练12 (★★★☆☆)

若 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中第 3 项与第 7 项的二项式系数相等, 则展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为 $(\quad)$

A. 56

B. 57

C. 65

D. 67

多个展开式

练13 (★★★☆☆)

$(x^2 - 1)\left(\frac{1}{x} - 2\right)^5$ 的展开式的常数项为 $(\quad)$

A. 112

B. 48

C. -112

D. -48

练14 (★★★★☆☆)

$\left(x^2 - 3x + \frac{4}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中常数项为 ()

- A. -30 B. 30 C. -25 D. 25

系数和

练15 (★★☆☆☆☆)

在二项式 $(1 + 2x)^5$ 的展开式中, 二项式系数之和为 ()

- A. 32 B. 243 C. 64 D. 81

练16 (★★★★☆☆)

已知 $\left(2x + \frac{a}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数和为1, 则该展开式中 $\frac{1}{x}$ 项的系数为 ()

- A. -40 B. 40 C. -20 D. 20

部分系数和

练17 (★★☆☆☆☆)

设 $(3x - 1)^8 = a_0 + a_1x + \cdots + a_7x^7 + a_8x^8$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_7 + a_8$ 等于 ()

- A. 122 B. 144 C. 255 D. 336

练18 (★★★★☆☆)

若 $(1 + x)(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_8x^8$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_8$ 的值是 ()

- A. -2 B. -3 C. 125 D. -131

练19 (★★★★☆☆)

若 $(1 - x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$ ()

- A. -16 B. 1 C. 32 D. -1

练20 (★★★☆☆)

设 $(1-2x)^{10} = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \cdots + a_{11}x^{10}$, 则 $a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11}$ 等于 ()

- A. $3^{10} - 1$ B. $1 - 3^{10}$ C. $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$ D. $\frac{1}{2}(3^{10} + 1)$

提能力 本模块适合90-120分水平学生 (满分150分) .

求余数

练21 (★★★☆☆)

91^{92} 被 100 除所得的余数为 ()

- A. 1 B. 81 C. -81 D. 9^{92}

练22 (★★★☆☆)

今天是星期日, 再过 2^{33} 天是 ()

- A. 星期一 B. 星期二 C. 星期五 D. 星期六

练23 (★★★☆☆)

$1 - 90C_{10}^1 + 90^2C_{10}^2 + 90^3C_{10}^3 + \cdots + (-1)^k 90^k C_{10}^k + \cdots + 90^{10}C_{10}^{10}$ 除以 88 的余数是 ()

- A. -1 B. 1 C. -87 D. 87

整除或同余

练24 (★★★☆☆)

设 $a \in \mathbf{Z}$, 且 $0 \leq a < 12$, 若 $32^{2016} + a$ 能被 11 整除, 则 a 的值为 ()

- A. 10 B. 0 C. 1 D. 11

练25 (★★★☆☆)

若 $C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \cdots + C_n^n x^n$ 能被7整除, 则 x, n 的值可能为 ()

A. $x = 4, n = 3$

B. $x = 4, n = 4$

C. $x = 5, n = 4$

D. $x = 6, n = 5$

练26 (★★★☆☆)

设 a, b, m 为整数 ($m > 0$), 若 a 和 b 被 m 除得的余数相同, 则称 a 和 b 对模 m 同余. 记为 $a \equiv b \pmod{m}$. 已知

$a = 1 + C_{10}^1 + C_{10}^2 \cdot 2 + C_{10}^3 \cdot 2^2 + \cdots + C_{10}^{10} \cdot 2^9$, $b \equiv a \pmod{10}$, 则 b 的值可以是 ()

A. 2015

B. 2011

C. 2008

D. 2006

第 3 讲

随机事件与概率



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

基本事件辨析

练1 (★★☆☆☆)

抛掷两颗骰子，所得点数之和为 ξ ，那么 $\xi = 4$ 表示的随机试验结果是（ ）

- A. 一颗是3点，一颗是1点
- B. 两颗都是2点
- C. 两颗都是4点
- D. 一颗是3点，一颗是1点或两颗都是2点

练2 (★☆☆☆☆)

一个家庭有两个小孩，则基本事件空间 Ω 是（ ）

- A. $\{(\text{男}, \text{女}), (\text{男}, \text{男}), (\text{女}, \text{女})\}$
- B. $\{(\text{男}, \text{女}), (\text{女}, \text{男})\}$
- C. $\{(\text{男}, \text{男}), (\text{男}, \text{女}), (\text{女}, \text{男}), (\text{女}, \text{女})\}$
- D. $\{(\text{男}, \text{男}), (\text{女}, \text{女})\}$

对立事件与互斥事件

练3 (★★☆☆☆)

从四双不同的鞋中任意取出4只，事件“4只全部不成对”与事件“至少有2只成对” ()

- A. 是对立事件 B. 不是互斥事件 C. 是互斥但不是对立事件 D. 都是不可能事件

练4 (★★☆☆☆)

从一批产品 (其中正品、次品都多于2件) 中任取2件，观察正品件数和次品件数，下列事件是互斥事件的是 ()

- ①恰好有1件次品和恰好有2件次品；
②至少有1件次品和全是次品；
③至少有1件正品和至少有1件次品；
④至少有1件次品和全是正品.

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ①④

练5 (★★☆☆☆)

从1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这9个数字中任取两个数，分别有下列事件：

- ①恰有一个是奇数和恰有一个是偶数；
②至少有一个是奇数和两个都是奇数；
③至少有一个是奇数和两个都是偶数；
④至少有一个是奇数和至少有一个是偶数.

其中为互斥事件的是 ()

- A. ① B. ②④ C. ③ D. ①③

练6 (★★☆☆☆)

将红, 黑, 蓝, 白5张纸牌 (其中白纸牌有2张) 随机分发给甲, 乙, 丙, 丁4个人, 每人至少分得1张, 则下列两个事件为互斥事件的是 ()

- A. 事件“甲分得1张白牌”与事件“乙分得1张红牌” B. 事件“甲分得1张红牌”与事件“乙分得1张蓝牌”
C. 事件“甲分得1张白牌”与事件“乙分得2张白牌” D. 事件“甲分得2张白牌”与事件“乙分得1张黑牌”

古典概型概念辨析

练7 (★☆☆☆☆)

下列概率模型中, 是古典概型的个数为 ()

- (1) 从区间 $[1, 10]$ 内任取一个数, 求取到1的概率;
- (2) 从1~10中任意取一个整数, 求取到1的概率;
- (3) 在一个正方形 $ABCD$ 边及其内部画一点 P , 求 P 刚好与点 A 重合的概率;
- (4) 向上抛掷一枚不均匀的硬币, 求出现反面朝上的概率.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

练8 (★☆☆☆☆)

以下试验不是古典概型的有 ()

- A. 从6名同学中, 选出4名参加学校文艺汇演, 每个人被选中的可能性大小
- B. 同时掷两枚骰子, 点数和为7的概率
- C. 近三天中有一天降雪的概率
- D. 3个人站成一排, 其中甲、乙相邻的概率

概率公式

练9 (★★☆☆☆)

如果事件 A 与事件 B 互斥, 且 $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

练10 (★★☆☆☆)

A , B 是两个随机事件, 若 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.7$, 则 $P(AB) =$ _____.

刷中档 本模块适合60-90分水平学生（满分150分）.

组合问题求概率

练11 (★★☆☆☆)

从1, 2, 3, 4, 5这5个数中任意取两个数, 则所取两个数之积为奇数的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

练12 (★★☆☆☆)

将7个相同的小球投入甲、乙、丙、丁4个不同的小盒中, 每个小盒中至少有1个小球, 那么甲盒中恰好有3个小球的概率为 ()

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{1}{4}$

练13 (★★☆☆☆)

从编号为1, 2, ..., 10的10个大小相同的球中任取4个, 则所取4个球的最大号码是6的概率为 ()

- A. $\frac{1}{84}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

分步分类综合求概率

练14 (★★★★☆)

某小组共有6名学生, 其中女生2名, 现选举2名代表, 至少有1名女生当选的概率为 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{9}{10}$ D. $\frac{7}{10}$

练15 (★★★★☆)

在10个排球中有6个正品, 4个次品, 从中抽取4个, 则正品数比次品数少的概率为 ()

- A. $\frac{5}{42}$ B. $\frac{4}{35}$ C. $\frac{19}{42}$ D. $\frac{8}{21}$

练16 (★★☆☆☆)

从数字1, 2, 3, 4, 5, 6中任取2个求出乘积, 则所得结果是3的倍数的概率是 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

正难则反求概率

练17 (★★☆☆☆)

袋中有形状、大小都相同的4个球, 其中2个红球, 2个白球. 从中随机一次摸出2个球, 则这2个球中至少有1个白球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

练18 (★★★★☆)

某校开设 a, b, c, d 共4门选修课, 一位同学从中随机选取2门, 则 a 与 b 未同时被选中的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

练19 (★★☆☆☆)

某区要从参加扶贫攻坚任务的5名干部 A, B, C, D, E 中随机选取2人, 赴区属的某贫困村进行驻村扶贫工作, 则 A 或 B 被选中的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

练20 (★★★★☆)

盒中共有6件除了颜色外完全相同的产品, 其中有1件红色, 2件白色和3件黑色, 从中任取两件, 则两件颜色不相同的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{11}{15}$

提能力

本模块适合90-120分水平学生(满分150分)。

排序问题

练21 (★★★★☆☆)

某教师准备对一天的五节课进行课程安排,要求语文、数学、英语、物理、化学每科分别排一节课,则在数学不排第一节,物理不排最后一节的情况下,化学排第四节的概率是()

- A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{3}{13}$ C. $\frac{7}{39}$ D. $\frac{17}{78}$

练22 (★★★★☆☆)

某停车场只有并排的8个停车位,恰好全部空闲,现有3辆汽车依次驶入,并且随机停放在不同的车位,则至少有2辆汽车停放在相邻车位的概率是()

- A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{15}{28}$ C. $\frac{9}{14}$ D. $\frac{6}{7}$

排列组合综合类

练23 (★★★★☆☆)

某人先后三次掷一颗骰子,则其中某两次所得的点数之和为11的概率为()

- A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{1}{6}$

练24 (★★★★☆☆)

从0到9这10个数字中任取3个数字组成一个没有重复数字的三位数,这个数不能被3整除的概率为()

- A. $\frac{19}{54}$ B. $\frac{35}{54}$ C. $\frac{38}{54}$ D. $\frac{41}{60}$

练25 (★★★★☆☆)

用0, 1, 2, 3, 4, 5组成一个无重复数字的五位数,这个数是偶数的概率为_____.

练26 (★★★☆☆)

由1, 2, 3, 4四个数字组成(数字可重复使用)的四位数 a , 则 a 的个位是1, 且恰有两个数字重复的概率是 _____ (结果用最简分数表示).

第4讲

离散型随机变量



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

判断能否表示离散型随机变量的分布列

练1（★★☆☆☆）

下列表达式中是离散型随机变量 X 的分布列的是（ ）

A. $P(X=i)=0.1, i=0, 1, 2, 3, 4$

B. $P(X=i)=\frac{i^2+5}{50}, i=1, 2, 3, 4, 5$

C. $P(X=i)=\frac{i}{10}, i=1, 2, 3, 4, 5$

D. $P(X=i)=0.2, i=1, 2, 3, 4, 5$

练2 (★★☆☆☆)

给出四个表格如下:

ξ	1	2	3		ξ	1	3	5
P	0.7	0.1	0.1		P	0.5	0.3	0.2
①					②			
ξ	2	3	4		ξ	-1	2	-3
P	-0.9	0.1	0.8		P	0.25	0.43	0.37
③					④			

其中,能表示离散型随机变量分布列的有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

根据分布列求概率

练3 (★☆☆☆☆)

若某一射手射击所得环数 X 的分布列为

X	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.04	0.06	0.09	0.28	0.29	0.22

则此射手“射击一次命中环数 $X \geq 7$ ”的概率是 ()

- A. 0.88 B. 0.12 C. 0.79 D. 0.09

练4 (★☆☆☆☆)

已知离散型随机变量 X 的分布列,则 $P(X \geq 3)$ 等于 ()

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{20}$

- A. $\frac{13}{20}$ B. $\frac{9}{20}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{3}{5}$

根据分布列求参

练5 (★★☆☆☆)

设随机变量 X 的分布列为 $P(X=k) = \frac{k}{10}$ ($k=1, 2, 3, 4$)，则 $P(1 < X \leq 3)$ 等于 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

练6 (★★☆☆☆)

已知随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=K) = \frac{1}{2^K}$, $K=1, 2, \dots$ ，则 $P(2 < \xi \leq 4)$ 等于 ()

- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{5}$

练7 (★★☆☆☆)

设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=k) = \frac{t}{C_k^2}$ ($k=2, 3, 4, 5$)，其中 t 为常数，则 $P\left(\frac{1}{2} < \xi < \frac{10}{3}\right) =$ ()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{5}{24}$

已知分布列求期望与方差

练8 (★★☆☆☆)

已知 ξ 的分布列为：

ξ	-1	0	1
P	0.5	0.3	0.2

则 $E\xi$ 等于 ()

- A. 0 B. 0.2 C. -1 D. -0.3

练9 (★★☆☆☆)

已知随机变量 ξ 的分布列如下表所示, 则 $E(5\xi + 4)$ 等于 ()

ξ	0	2	4
P	0.4	0.3	0.3

A. 2.2

B. 2.3

C. 11

D. 13

练10 (★★★★☆☆)

已知随机变量 X 的分布列为 $P(X = k) = \frac{1}{3}$, $k = 1, 2, 3$, 则 $D(3X + 5)$ 等于 ()

A. 6

B. 9

C. 3

D. 4

刷中档 本模块适合60-90分水平学生 (满分150分) .

已知分布列求参

练11 (★★★★☆☆)

已知 X 的分布列为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

且 $Y = aX + 3$, $E(Y) = \frac{7}{3}$, 则 a 为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

练12 (★★★★☆)

已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	m

若 $\eta = a\xi + 3$, $E\eta = \frac{7}{3}$, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

含参分布列求参

练13 (★★☆☆☆)

若随机变量 X 的分布列如下表, 且 $EX = 6.3$, 则表中 a 的值为 ()

X	4	a	9
P	0.5	0.1	b

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

练14 (★★★★☆)

某一随机变量 ξ 的概率分布如下表, 且 $E\xi = 1.5$, 则 $m - n$ 的值为 ()

ξ	0	1	2	3
P	0.2	m	n	0.3

- A. -0.3 B. 0.1 C. 0.3 D. -0.1

练15 (★★★★☆)

设 ξ 是离散型随机变量, $P(\xi = x_1) = \frac{2}{3}$, $P(\xi = x_2) = \frac{1}{3}$, 且 $x_1 < x_2$, 现已知: $E\xi = \frac{4}{3}$, $D\xi = \frac{2}{9}$, 则 $x_1 + x_2$ 的值为 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. 3 D. $\frac{11}{3}$

练16 (★★☆☆☆)

设离散型随机变量 X 可能的取值为 $1, 2, 3, 4$, $P(X=k) = ak+b$, 又 X 的数学期望为 $E(X) = 3$, 则 $a+b =$ ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. 0 C. $-\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

随机变量函数的期望与方差

练17 (★★☆☆☆)

已知随机变量 X 满足 $D(X) = 2$, 则 $D(3X+3)$ 的值等于 ()

- A. 20 B. 18 C. 8 D. 6

练18 (★★☆☆☆)

设离散型随机变量 ξ 满足 $E\xi = -1$, $D\xi = 3$, 则 $E[3(\xi^2 - 2)]$ 等于 ()

- A. 9 B. 6 C. 30 D. 36

比赛场次期望

练19 (★★☆☆☆)

A, B 两篮球队进行比赛, 规定若一队胜 4 场则此队获胜且比赛结束 (七局四胜制), A, B 两队在每场比赛中获胜的概率均为 $\frac{1}{2}$, ξ 为比赛需要的场数, 则 $E\xi =$ ()

- A. $\frac{73}{16}$ B. $\frac{93}{16}$ C. $\frac{31}{6}$ D. $\frac{73}{18}$

练20 (★★☆☆☆)

甲、乙两人进行乒乓球比赛, 约定每局胜者得 1 分, 负者得 0 分, 比赛进行到有一人比对方多 2 分或打满 6 局时停止. 设甲在每局中获胜的概率为 $\frac{2}{3}$, 乙在每局中获胜的概率为 $\frac{1}{3}$, 且各局胜负相互独立, 则比赛停止时已打局数 ξ 的期望 $E\xi$ 为 ()

- A. $\frac{241}{81}$ B. $\frac{266}{81}$ C. $\frac{274}{81}$ D. $\frac{670}{243}$

提能力 本模块适合90-120分水平学生（满分150分）.

独立重复实验的实验次数问题

练21 (★★★★☆☆)

体育课的排球发球项目考试的规则是：每位学生最多可发球3次，一旦发球成功，则停止发球，否则一直发到3次为止. 设学生一次发球成功的概率为 p ($p > 0$)，发球次数为 X ，若 X 的数学期望 $EX > 1.75$ ，则 p 的取值范围是 ()

- A. $\left(0, \frac{7}{12}\right)$ B. $\left(\frac{7}{12}, 1\right)$ C. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

练22 (★★★★☆☆)

一射手对靶射击，直到第一次命中为止每次命中的概率为0.6，现有4颗子弹，命中后的剩余子弹数目 ξ 的期望为 ()

- A. 2.44 B. 3.376 C. 2.376 D. 2.4

练23 (★★★★☆☆)

假定某篮球运动员每次投篮命中率均为 P ($0 < P < 1$)，现有3次投篮机会，并规定连续两次投篮均不中即终止投篮. 已知该运动员不放弃任何一次投篮机会，且恰用完3次投篮机会的概率是 $\frac{21}{25}$.

- (1) 求 P 的值；
(2) 设该运动员投篮命中次数为 ξ ，求 ξ 的分布列及数学期望 $E(\xi)$.

抽检问题

练24 (★★★★☆☆)

已知5件产品中有2件次品，现逐一检测，直至能确定所有次品为止，记检测的次数为 ξ ，则 $E\xi =$ ()

- A. 3 B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{18}{5}$ D. 4

练25 (★★★☆☆)

已知盒中有10个灯泡，其中8个正品，2个次品. 需要从中取出2个正品，每次取出1个，取出后不放回，直到取出2个正品为止. 设 ξ 为取出的次数，求 ξ 的分布列及 $E\xi$.

练26 (★★★☆☆)

在医学生物学试验中，经常以果蝇作为试验对象，一个关有6只果蝇的笼子里，不慎混入了两只苍蝇（此时笼内共有8只蝇子：6只果蝇和2只苍蝇），只好把笼子打开一个小孔，让蝇子一只一只地往外飞，直到两只苍蝇都飞出，再关闭小孔. 以 ξ 表示笼内还剩下的果蝇的只数.

(1) 写出 ξ 的分布列（不要求写出计算过程）和数学期望 $E\xi$ ；

(2) 求概率 $P(\xi \geq E\xi)$.

第5讲

常见分布

已知两点分布求期望与方差

练1 (★★☆☆☆)

若随机变量 X 服从两点分布, 且发生的概率 $P = 0.5$, 则 $E(X)$ 和 $D(X)$ 分别为 ()

- A. 0.5 和 0.25 B. 0.5 和 0.75 C. 1 和 0.25 D. 1 和 0.75

练2 (★★★★☆)

设一随机试验的结果只有 A 和 $\bar{A}$, 且 $P(A) = m$, 令随机变量 $X = \begin{cases} 1, A \text{ 发生} \\ 0, A \text{ 不发生} \end{cases}$, 则 X 的方差 $DX = ()$

- A. m B. $2m(1-m)$ C. $m(m-1)$ D. $m(1-m)$

练3 (★★☆☆☆)

离散型随机变量 X 的分布列为 $P(X=k) = p^k q^{1-k}$ ($k=0, 1, p+q=1$), 则 $E(X)$ 与 $D(X)$ 依次为 ()

- A. 0 和 1 B. p 和 p^2 C. p 和 $1-p$ D. p 和 $p(1-p)$

已知二项分布求概率

练4 (★★☆☆☆)

已知随机变量 $X \sim B\left(6, \frac{1}{3}\right)$, 则 $P(X=2)$ 等于 ()

- A. $\frac{13}{16}$ B. $\frac{4}{243}$ C. $\frac{13}{243}$ D. $\frac{80}{243}$

练5 (★★☆☆☆)

已知随机变量 $X \sim B\left(5, \frac{1}{3}\right)$, 则 $P(X \geq 4) =$ _____.

超几何分布的基本概念

练6 (★☆☆☆☆)

有 6 个大小相同的黑球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 还有 4 个同样大小的白球, 编号为 7, 8, 9, 10, 现从中任取 4 个球, 有如下几种变量:

- ① X 表示取出的最大号码;
- ② Y 表示取出的最小号码;
- ③ 取出一个黑球记 2 分, 取出一个白球记 1 分, ξ 表示取出的 4 个球的总得分;
- ④ η 表示取出的黑球个数, 这四种变量中服从超几何分布的是 ()

- A. ①② B. ④ C. ①②④ D. ①②③④

练7 (★★☆☆☆)

有 10 件产品, 其中 3 件是次品, 从中任取 2 件, 若 X 表示取得次品的个数, 则 $P(X < 2) =$ ()

- A. $\frac{7}{15}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{14}{15}$ D. 1

正态分布概念辨析

练8 (★★★★☆)

下列是关于正态曲线 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ($x \in \mathbf{R}$) 性质的说法:

- ① 曲线关于直线 $x = \mu$ 对称, 这个曲线在 x 轴上方;
- ② 曲线关于直线 $x = \sigma$ 对称, 这个曲线只有当 $x \in (-3\sigma, 3\sigma)$ 时才在 x 轴上方;
- ③ 曲线关于 y 轴对称, 因为曲线对应的正态密度函数是一个偶函数;
- ④ 曲线在 $x = \mu$ 时处于最高点, 由这一点向左右两边延伸时, 曲线逐渐降低;
- ⑤ 曲线的对称轴由 μ 确定, 曲线的形状由 σ 确定;
- ⑥ σ 越大, 曲线越“矮胖”, σ 越小, 曲线越“高瘦”.

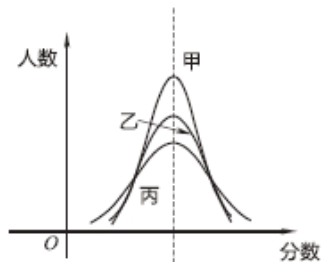
其中说法正确的是 ()

- A. ①④⑤⑥ B. ②④⑤ C. ③④⑤⑥ D. ①⑤⑥

练9 (★★☆☆☆)

某市期末教学质量检测，甲、乙、丙三科考试成绩近似服从正态分布，则由如图曲线可得下列说法中正确的是 ()

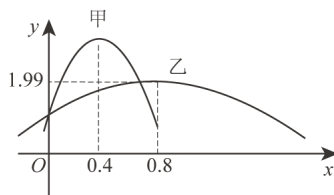
- A. 甲学科总体的方差最小
- B. 乙学科总体的均值最小
- C. 丙学科总体的标准差最小
- D. 甲、乙、丙的总体的均值不相同



练10 (★★☆☆☆)

甲、乙两类水果的质量 (单位: kg) 分别服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 、 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 其正态分布的密度曲线如图所示, 则下列说法错误的是 ()

- A. 甲类水果的平均质量是 $\mu_1 = 0.4\text{kg}$
- B. 甲类水果的质量比乙类水果的质量更集中于平均值左右
- C. 甲类水果的平均质量比乙类水果的平均质量小
- D. 乙类水果的质量服从的正态分布的参数 $\sigma_2 = 1.99$



刷中档

本模块适合60-90分水平学生 (满分150分) .

二项分布求参数

练11 (★★★★☆)

已知随机变量 $X \sim B(4, p)$, 若 $E(X) = \frac{8}{3}$, 则 $P(X = 2) = ()$

- A. $\frac{8}{3}$
- B. $\frac{8}{27}$
- C. $\frac{2}{3}$
- D. $\frac{4}{9}$

练12 (★★☆☆☆)

若随机变量 $\xi \sim B(n, 0.6)$, 且 $E\xi = 3$, 则 $P(\xi = 1) = ()$

- A. 2×0.4^4
- B. 2×0.4^5
- C. 3×0.4^4
- D. 3×0.4^6

求二项分布的期望或方差

练13 (★★☆☆☆)

已知随机变量 $X \sim B(n, 0.5)$, 且 $E(X) = 16$, 则 $D(X) =$ _____.

练14 (★★☆☆☆)

抛掷两枚骰子, 当至少有一枚 5 点或一枚 6 点出现时, 就说这次试验成功, 则在 30 次试验中成功次数 X 的期望是 ()

- A. $\frac{55}{6}$ B. $\frac{40}{3}$ C. $\frac{50}{3}$ D. 10

练15 (★★☆☆☆)

一牧场有 10 头牛, 因误食含有病毒的饲料而被感染, 已知该病的发病率为 0.02. 设发病的牛的头数为 ξ , 则 $D(\xi)$ 等于 ()

- A. 0.2 B. 0.8 C. 0.196 D. 0.804

求超几何分布的期望或方差

练16 (★★★☆☆)

一个袋子中有 5 个小球, 其中 2 个红球, 3 个白球, 它们仅颜色有区别, 从袋子中一次摸出 2 个小球, 记其中红球的个数为 ξ , 则 $E(\xi) =$ ()

- A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1

练17 (★★☆☆☆)

有 10 件产品, 其中 3 件是次品, 从中任取两件, 若 ξ 表示取到次品的个数, 则 $E(\xi)$ 等于 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{14}{15}$ D. 1

已知正态分布的期望与概率求概率

练18 (★★☆☆☆)

已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$ ，若 $P(X < 3) = 0.8$ ，则 $P(X \leq 1) =$ _____.

练19 (★★☆☆☆)

已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，若 $P(\xi < 2) = P(\xi > 6) = 0.1$ ，则 $P(2 \leq \xi < 4)$ 为 ()

- A. 0.7 B. 0.5 C. 0.4 D. 0.35

练20 (★★☆☆☆)

已知某次数学考试的成绩服从正态分布 $N(102, 4^2)$ ，则 114 分以上的成绩所占的百分比为 ()

(附 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826$ ， $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ， $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$)

- A. 0.3% B. 0.23% C. 0.13% D. 1.3%

提能力 本模块适合 90-120 分水平学生 (满分 150 分)。

方差比较

练21 (★★★★☆)

在一组样本数据中，1，2，3，4 出现的频率分别为 p_1, p_2, p_3, p_4 ，且 $\sum_{i=1}^4 p_i = 1$ ，则下面四种情形中，对应样本的标准差最大的一组是 ()

- A. $p_1 = p_4 = 0.1, p_2 = p_3 = 0.4$ B. $p_1 = p_4 = 0.4, p_2 = p_3 = 0.1$
C. $p_1 = p_4 = 0.2, p_2 = p_3 = 0.3$ D. $p_1 = p_4 = 0.3, p_2 = p_3 = 0.2$

练22 (★★☆☆☆)

设 $10 \leq x_1 < x_2 < x_3 < x_4 \leq 10^4$, $x_5 = 10^5$, 随机变量 ξ_1 取值 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的概率均为 0.2, 随机变量 ξ_2 取值 $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+x_3}{2}, \frac{x_3+x_4}{2}, \frac{x_4+x_5}{2}, \frac{x_5+x_1}{2}$ 的概率也均为 0.2, 若记 $D\xi_1, D\xi_2$ 分别为 ξ_1, ξ_2 的方差, 则 ()

- A. $D\xi_1 > D\xi_2$
 B. $D\xi_1 = D\xi_2$
 C. $D\xi_1 < D\xi_2$
 D. $D\xi_1$ 与 $D\xi_2$ 的大小关系与 x_1, x_2, x_3, x_4 的取值有关

二项分布综合

练23 (★★☆☆☆)

一项试验有两套方案, 每套方案试验成功的概率都是 $\frac{2}{3}$, 试验不成功的概率都是 $\frac{1}{3}$. 甲随机地从两套方案中选取一套进行这项试验, 共试验了 3 次, 每次试验相互独立, 且要从两套方案中等可能地选择一套.

- (1) 求 3 次试验都选择了同一套方案且都试验成功的概率.
 (2) 记 3 次试验中, 都选择了第一套方案并试验成功的次数为 X , 求 X 的分布列和期望 EX .

练24 (★★☆☆☆)

我市某商场为庆祝“城庆 2500 周年”进行抽奖活动. 已知一抽奖箱中放有 8 只除颜色外, 其它完全相同的彩球, 其中仅有 5 只彩球是红色. 现从抽奖箱中一个一个地拿出彩球, 共取三次, 拿到红色球的个数记为 X .

- (1) 若取球过程是无放回的, 求事件“ $X = 2$ ”的概率;
 (2) 若取球过程是有放回的, 求 X 的概率分布列及数学期望 $E(X)$.

超几何分布综合

练25 (★★☆☆)

袋中装有黑球和白球共7个，从中任取2个球都是白球的概率为 $\frac{1}{7}$ ．现有甲、乙两人从袋中轮流、不放回地摸取1球，甲先取，乙后取，然后甲再取，……，直到袋中的球取完即终止．若摸出白球，则记2分，若摸出黑球，则记1分．每个球在每一次被取出的机会是等可能的．

- (1) 求袋中白球的个数．
- (2) 用 ξ 表示甲、乙最终得分差的绝对值，求随机变量 ξ 的分布列及数学期望 $E\xi$ ．

练26 (★★☆☆)

某校社团活动开展有声有色，极大地推动了学生的全面发展，深受学生欢迎，每届高一新生都踊跃报名加入．现已知高一某班有6名男同学和4名女同学参加心理社，在这10名同学中，4名同学初中毕业于同一所学校，其余6名同学初中毕业于其他6所不同的学校．现从这10名同学中随机选取4名同学代表社团参加校际交流（每名同学被选到的可能性相同）．

- (1) 求选出的4名同学初中毕业于不同学校的概率．
- (2) 设 x 为选出的4名同学中女同学的人数，求随机变量 x 的分布列和数学期望．

第 6 讲

随机抽样



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

样本的概念

练1 (★★☆☆☆)

为了了解一批零件的长度，抽测了其中500个零件的长度，则500个零件的长度是（ ）

- A. 总体 B. 个体 C. 总体的一个样本 D. 样本容量

练2 (★☆☆☆☆)

为了抽查一批光盘的质量，从中抽取了500张进行检测，在这个问题中样本是（ ）

- A. 光盘的全体 B. 500张光盘 C. 500张光盘的全体 D. 500张光盘的质量

练3 (★☆☆☆☆)

为了了解全校240名学生的身高情况，从中抽取40名学生进行测量，下列说法正确的是（ ）

- A. 总体是240 B. 个体是每一个学生 C. 样本是40名学生 D. 样本容量是40

简单随机抽样

练4 (☆☆☆☆)

下列抽样方法是简单随机抽样的是 ()

- A. 某工厂按老年、中年、青年职工 2 : 5 : 3 的比例选取职工代表
- B. 从装有 20 个完全相同的小球的袋子中有放回地抽取 4 个小球
- C. 福利彩票用摇奖机摇奖
- D. 规定凡买到明信片最后的几位号码是“6637”的人获三等奖

练5 (☆☆☆☆)

用简单随机抽样的方法从含有 10 个个体的总体中, 抽取一个容量为 3 的样本, 其中某一个体 a “第一次被抽到”的可能性, “第二次被抽到”的可能性分别是 ()

- A. $\frac{1}{10}, \frac{1}{10}$
- B. $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$
- C. $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}$
- D. $\frac{3}{10}, \frac{3}{10}$

练6 (★★☆☆)

福利彩票“双色球”中红色球的号码由编号为 01, 02, ..., 33 的 33 个个体组成, 小明利用下面的随机数表选取 6 组数作为 6 个红色球的编号, 选取方法是从随机数表第 1 行的第 7 列数字开始由左到右依次读取数据, 则选出来的第 3 个红色球的编号为 ()

4954	4354	1537	1793	3978	8735	2096	4384	1734	9164
5724	5506	8877	0474	4767	2176	3350	2583	9212	0676

- A. 06
- B. 17
- C. 20
- D. 24

分层抽样

练7 (★★☆☆)

某校有高一学生 400 人, 高二学生 380 人, 高三学生 220 人, 现教育局督导组欲用分层抽样的方法抽取 50 名学生进行问卷调查, 则下列判断正确的是 ()

- A. 高一学生被抽到的可能性最大
- B. 高二学生被抽到的可能性最大
- C. 高三学生被抽到的可能性最大
- D. 每位学生被抽到的可能性相等

练8 (★☆☆☆☆)

如果采用分层抽样,从个体数为 N 的总体中抽取一个容量为 n 的样本,那么每个个体被抽到的可能性为()

- A. $\frac{1}{N}$ B. $\frac{1}{n}$ C. $\frac{n}{N}$ D. $\frac{N}{n}$

练9 (★★☆☆☆)

高一某班有男生36人,女生24人,现用分层抽样的方法抽取一个容量为 n 的样本,若抽出的女生人数为12人,则 n 的值为()

- A. 18 B. 20 C. 30 D. 36

练10 (★★☆☆☆)

某校有高一学生450人,高二学生480人.为了解学生的学习情况,用分层抽样的方法从该校高一高二学生中抽取一个容量为 n 的样本,已知从高一学生中抽取15人,则 n 为()

- A. 15 B. 16 C. 30 D. 31

刷中档 本模块适合60-90分水平学生(满分150分).

多项数字特征的判断

练11 (★★☆☆☆)

有两位射击运动员在一次射击测试中各射靶7次,每次命中的环数如下:

甲 7 8 10 9 8 8 6

乙 9 10 7 8 7 7 8

则下列判断正确的是()

- A. 甲射击的平均成绩比乙好 B. 乙射击的平均成绩比甲好
C. 甲射击的成绩的众数小于乙射击的成绩的众数 D. 甲射击的成绩的极差大于乙射击的成绩的极差

练12 (★★★☆☆)

当5个正整数从小到大排列时,其中位数为4,若这5个数的唯一众数为6,则这5个数的均值不可能为()

- A. 3.6 B. 3.8 C. 4 D. 4.2

方差比较

练13 (★★☆☆☆)

甲、乙两名运动员分别进行了5次射击训练，成绩如下：

甲：7，7，8，8，10；

乙：8，9，9，9，10.

若甲乙两名运动员的平均成绩分别用 x_1 ， x_2 表示，方差分别用 s_1^2 ， s_2^2 表示，则 ()

- A. $x_1 > x_2$ ， $s_1^2 > s_2^2$ B. $x_1 > x_2$ ， $s_1^2 < s_2^2$ C. $x_1 < x_2$ ， $s_1^2 < s_2^2$ D. $x_1 < x_2$ ， $s_1^2 > s_2^2$

练14 (★★★★☆)

已知甲、乙两名同学在五次数学测验中的得分如下：

甲：85，91，90，89，95；

乙：95，80，98，82，95.

则甲、乙两名同学数学学习成绩 ()

- A. 甲比乙稳定 B. 甲、乙稳定程度相同 C. 乙比甲稳定 D. 无法确定

数字特征计算

练15 (★★☆☆☆)

样本中共有5个个体，其值分别为 a ，0，1，2，3. 若该样本的平均数为1，则样本的标准差为 ()

- A. $\sqrt{\frac{6}{5}}$ B. $\frac{6}{5}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

练16 (★★★★☆)

已知一组数据按从小到大的顺序排列，得到 -1，0，4， x ，7，14，中位数为5，则这组数据的平均数和方差分别为 ()

- A. 5， $24\frac{2}{3}$ B. 5， $24\frac{1}{3}$ C. 4， $25\frac{1}{3}$ D. 4， $25\frac{2}{3}$

方差计算公式的应用

练17 (★★☆☆☆)

已知样本方差由 $s^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2$ 求得, 则 $x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = (\quad)$

A. 100

B. 75

C. 50

D. 25

练18 (★★★☆☆)

现有10个数, 其平均数是3, 且这10个数的平方和是100, 那么这个数组的标准差是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

与直方图有关的求参

练19 (★★☆☆☆)

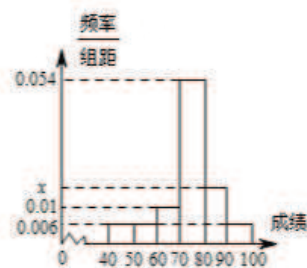
如图是某班50位学生期中考试数学成绩的频率分布直方图, 其中成绩分组区间是: $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$, 则图中 x 的值等于 ()

A. 0.754

B. 0.048

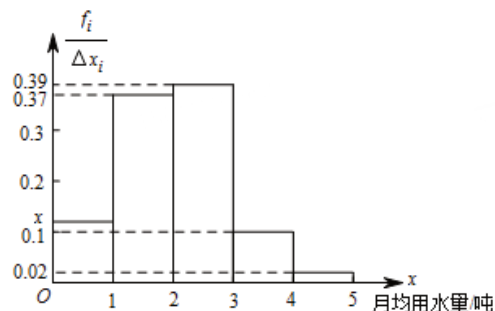
C. 0.018

D. 0.012



练20 (★★☆☆☆)

如图是某城市通过抽样得到的居民某年的月均用水量（单位：吨）的频率分布直方图. 直方图中 x 的值为（ ）



A. 0.11

B. 0.12

C. 0.13

D. 0.14

提能力

本模块适合90–120分水平学生（满分150分）.

由频率分布直方图求值

练21 (★★★★☆)

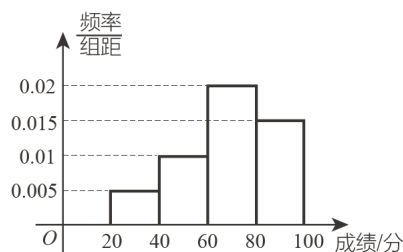
某班的全体学生参加英语测试，成绩的频率分布直方图如图，数据的分组依次为：[20, 40)，[40, 60)，[60, 80)，[80, 100]，则该次英语测试该班的平均成绩是（ ）

A. 63

B. 65

C. 68

D. 70



练22 (★★☆☆☆)

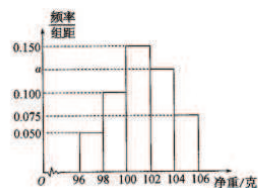
某工厂对一批产品进行了抽样检测，如图是根据抽样检测后的产品净重（单位：克）数据绘制的频率分布直方图，其中产品净重的范围是[96, 106]，样本数据分组为[96, 98)，[98, 100)，[100, 102)，[102, 104)，[104, 106]，则这组数据中众数的估计值是（ ）

A. 100

B. 101

C. 102

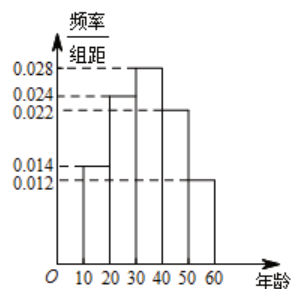
D. 103



练23 (★★☆☆☆)

据全球权威票房网站Mojo数据统计,截至2018年8月20日14时,《战狼2》国内累计票房50亿,截至目前,《战狼2》中国市场观影人次达1.4亿,这一数字也创造了全球影史“单一市场观影人次”的新记录,为了解《战狼2》观影人的年龄分布情况,某调查小组随机统计了100个此片的观影人的年龄(他们的年龄都在区间 $[10, 60]$ 内),并绘制了如图所示的频率分布直方图,由图可知,这100人年龄的中位数约为()

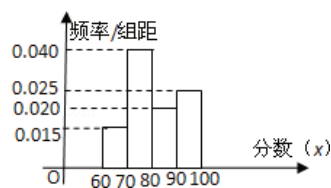
- A. 32
B. 34
C. 36
D. 38



练24 (★★☆☆☆)

2012年学期末,某学校对100间学生公寓进行综合评比,依考核分数分为A, B, C, D四种等级,其中分数在 $[60, 70)$ 为D等级,有15间;分数在 $[70, 80)$ 为C等级,有40间;分数在 $[80, 90)$ 为B等级,有20间;分数在 $[90, 100)$ 为A等级,有25间.考核评估后,得其频率直方图如图所示,估计这100间学生公寓评估得分的中位数是()

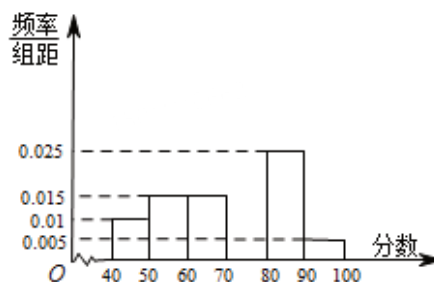
- A. 78.65
B. 78.75
C. 78.80
D. 78.85



频率分布直方图综合

练25 (★★★☆☆)

某校从参加高一年级数学水平考试的学生中抽出60名学生，将其成绩（均为整数）分成六段 $[40, 50)$ ， $[50, 60)$ ， $\dots$ ， $[90, 100]$ 后画出如下部分频率分布直方图，观察图形，回答下列问题.



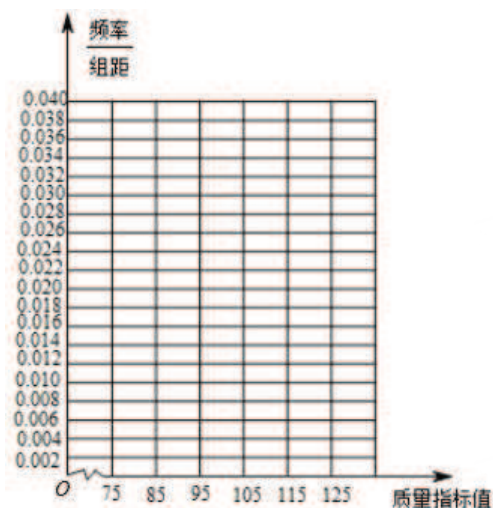
- (1) 求第四小组的频率，并补全这个频率分布直方图.
- (2) 估计这次考试的及格率（60分及以上为及格）和平均分.

练26 (★★★☆☆)

从某企业生产的产品中抽取100件，测量这些产品的一项质量指标值，由测量结果得如下频数分布表：

质量指标值分组	$[75, 85)$	$[85, 95)$	$[95, 105)$	$[105, 115)$	$[115, 125)$
频数	6	26	38	22	8

- (1) 在表格中作出这些数据的频率分布直方图；



- (2) 估计这种产品质量指标的平均数及方差（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；
- (3) 根据以上抽样调查数据，能否认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于95的产品至少要占全部产品80%”的规定？

第 7 讲

成对数据的统计分析



注：本书所有的选择题均为单选题，有且只有一个选项正确。

夯基础 本模块适合30-60分水平学生（满分150分）。

散点图的概念及作用

练1 (★★☆☆☆)

在画两个变量的散点图时，下面叙述正确的是（ ）

- A. x 轴上表示预报变量， y 轴上表示解释变量
- B. x 轴上表示解释变量， y 轴上表示预报变量
- C. 可以选择两个变量中任意一个变量表示在 x 轴上
- D. 可以选择两个变量中任意一个变量表示在 y 轴上

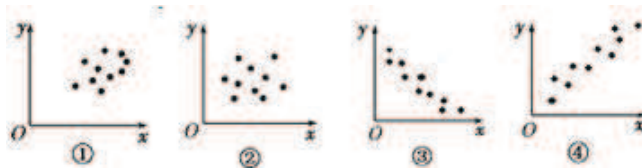
练2 (★★☆☆☆)

对于散点图下列说法中正确的是（ ）

- A. 通过散点图一定可以看出变量之间的变化规律
- B. 通过散点图一定不可以看出变量之间的变化规律
- C. 通过散点图可以看出正相关与负相关有明显区别
- D. 通过散点图看不出正相关与负相关有什么区别

练3 (★★☆☆☆)

如图是根据变量 x, y 的观测数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 10)$ 得到的散点图, 由这些散点图可以判断变量 x, y 具有相关关系的图是 ()



A. ①②

B. ①④

C. ②③

D. ③④

线性回归方程的理解

练4 (★★☆☆☆)

已知两个具有线性相关关系的变量的一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 且回归直线方程为 $\hat{y} = a + bx$, 则最小二乘法的思想是 ()

A. 使得 $\sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]$ 最小

B. 使得 $\sum_{i=1}^n |y_i - (a + bx_i)|$ 最小

C. 使得 $\sum_{i=1}^n [y_i^2 - (a + bx_i)^2]$ 最小

D. 使得 $\sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$ 最小

练5 (★★★☆☆)

由一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ 得到的回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 那么, 下面说法不正确的是 ()

A. 直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 必经过点 $(\bar{x}, \bar{y})$

B. 直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 至少经过 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ 中的一个点

C. 直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率为 $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$

D. 直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 和各点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ 的偏差 $Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (bx_i + a)]^2$ 是坐标平面上的所有直线与这些点的偏差中的最小值

练6 (★★☆☆☆)

为了考察两个变量 x 和 y 之间的线性相关性, 甲、乙两位同学各自独立做了 10 次和 15 次试验, 并且利用线性回归方程, 求得回归直线分别为 l_1 , l_2 , 已知两人所得的试验数据中, 变量 x 和 y 的数据的平均值都相等, 且分别都是 s , t , 那么下列说法正确的是 ()

- A. 直线 l_1 和 l_2 一定有公共点 (s, t) B. 直线 l_1 和 l_2 相交, 但交点不一定是 (s, t)
C. 必有 $l_1 // l_2$ D. l_1 与 l_2 必定重合

练7 (★☆☆☆☆)

年劳动生产率 x (千元) 和工人工资 y (元) 之间回归方程为 $y = 10 + 70x$, 这意味着年劳动生产率每提高 1 千元时, 工人工资平均 ()

- A. 增加 70 元 B. 减少 70 元 C. 增加 80 元 D. 减少 80 元

对卡方的理解

练8 (★★☆☆☆)

对于分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k , 下列说法正确的是 ()

- A. k 越大, “ X 与 Y 有关系”的可信程度越小 B. k 越小, “ X 与 Y 有关系”的可信程度越小
C. k 越接近于 0, “ X 与 Y 没有关系”的可信程度越小 D. k 越大, “ X 与 Y 没有关系”的可信程度越大

练9 (★★☆☆☆)

针对使用统计量 K^2 作一个 2×2 列联表的独立性检验时, 以下说法中正确的是 ()

临界值表如下:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

- A. 选取样本的容量没有限制
B. 独立性检验结果只对所研究的样本成立
C. 若根据数据算出两个分类变量 A , B 的统计量 $K^2 > 6.635$, 我们就认为有 99% 的把握说 A 与 B 有关
D. 若根据数据算出两个分类变量 A , B 的统计量 $K^2 > 6.635$, 我们就认为有 99% 的把握说 A 与 B 存在因果关系

练10 (★★☆☆☆)

独立性检验中, 假设 H_0 : 变量 x 与变量 y 没有关系. 则在 H_0 成立的情况下, 估计概率 $P(K^2 \geq 6.635) \approx 0.01$ 表示的意义是 ()

- A. 变量 x 与变量 y 有关系的概率是1%
 B. 变量 x 与变量 y 有关系的概率是99%
 C. 变量 x 与变量 y 没有关系的概率是0.1%
 D. 变量 x 与变量 y 没有关系的概率是99.9%

刷中档 本模块适合60-90分水平学生 (满分150分) .

已知线性回归方程求缺失数据

练11 (★★☆☆☆)

下表提供了某厂节能降耗技术改造后在生产 A 产品过程记录的产量 x (吨) 与相应的生产能耗 y (吨) 的几组对应数据

x	3	4	5	6
y	2.5	t	4	4.5

根据上表提供的数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$, 那么表中 t 的值为 ()

- A. 3
 B. 3.15
 C. 3.5
 D. 4.5

练12 (★★★★☆)

某汽车销售公司统计了某款汽车行驶里程 x (万公里) 与维修保养费用 y (万元) 的五组数据, 并根据这五组数据求得 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.46x + 0.16$, 由于工作人员疏忽, 行驶8万公里的数据被污损了, 如表所示:

行驶里程 x (单位: 万公里)	1	2	4	5	8
维修保养费用 y (单位: 万元)	0.50	0.90	2.30	2.70	■

则被污损的数据为 ()

- A. 3.20
 B. 3.60
 C. 3.76
 D. 3.84

已知数据及残缺的回归方程求参数

练13 (★★☆☆☆)

2018年高考体检，某中学随机抽取5名女学生的身高 x （厘米）和体重 y （千克）的数据如表：

x	165	160	175	155	170
y	58	52	62	43	60

根据表中数据可得回归方程为 $\hat{y} = 0.92x + a$ ，则 $a =$ （ ）

- A. -96.8 B. 96.8 C. -104.4 D. 104.4

练14 (★★☆☆☆)

已知 x, y 取值如表：

x	0	1	4	5	6	8
y	1	3	5	6	7	8

从所得的散点图分析可知： y 与 x 线性相关，且 $\hat{y} = bx + 0.6$ ，则 $b =$ （ ）

- A. 0.95 B. 1.00 C. 1.10 D. 1.15

练15 (★★☆☆☆)

对具有线性相关关系的变量 x, y ，有一组观测数据 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$)，其回归直线方程为 $\hat{y} = \frac{1}{6}x + a$ ，

且 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = 6$ ， $y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_8 = 9$ ，则实数 a 的值是（ ）

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

练16 (★★☆☆☆)

已知变量 x, y 之间存在线性相关关系，其回归方程为 $\hat{y} = -3 + bx$ ，若 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 17$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i = 4$ ，则 b 的值为（ ）

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

已知残缺的回归方程求预测值

练17 (★★★★☆)

已知 x, y 的取值如表:

x	0	1	3	4
y	2.2	4.3	4.8	6.7

从散点图可以看出 y 与 x 线性相关, 且回归方程为 $\hat{y} = 0.95x + \hat{a}$, 则当 $x = 5$ 时, 估计 $\hat{y}$ 的值为 ()

- A. 7.1 B. 7.35 C. 7.95 D. 8.6

练18 (★★★★☆)

为了研究某班学生的脚长 x (单位: 厘米) 和身高 y (单位: 厘米) 的关系, 从该班随机抽取 10 名学生, 他们的脚长和身高分别用 x_i, y_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) 表示, 根据测量数据的散点图可以看出 y 与 x 之间有线性相关关系, 设其回归直线方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$. 已知 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 225$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1600$, $\hat{b} = 4$, 若该班某学生的脚长为 24, 据此估计其身高为 ()

- A. 160 B. 163 C. 166 D. 170

已知独立性检验的结论求字母值

练19 (★☆☆☆☆)

随机调查某校 110 名学生是否喜欢跳舞, 由列联表和公式 $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$ 计算出 K^2 , 并由此作出结论: “有 99% 的可能性认为学生喜欢跳舞与性别有关”, 则 K^2 可以为 ()

附表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

- A. 3.565 B. 4.204 C. 5.233 D. 6.842

练20 (☆☆☆☆)

在两个分类变量的独立性检验过程中有如下表格：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

已知两个分类变量 X 和 Y ，如果在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为 X 和 Y 有关系，则随机变量 K^2 的观测值 k 可以位于的区间是 ()

- A. (0.05, 0.10) B. (0.025, 0.05) C. (2.706, 3.841) D. (3.841, 5.024)

提能力 本模块适合90–120分水平学生（满分150分）.

线性回归综合

练21 (★★★★☆)

某沙漠地区经过治理，生态系统得到很大改善，野生动物数量有所增加，为调查该地区某种野生动物的数量，将其分成面积相近的 200 个地块，从这些地块中用简单随机抽样的方法抽取 20 个作为样区，调查得到样本数据 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, 20$)，其中 x_i 和 y_i 分别表示第 i 个样区的植物覆盖面积（单位：公顷）和这种野生动物的数量，并计算得

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 60, \sum_{i=1}^{20} y_i = 1200, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 80, \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 9000, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 800.$$

(1) 求该地区这种野生动物数量的估计值（这种野生动物数量的估计值等于样区这种野生动物数量的平均数乘以地块数）.

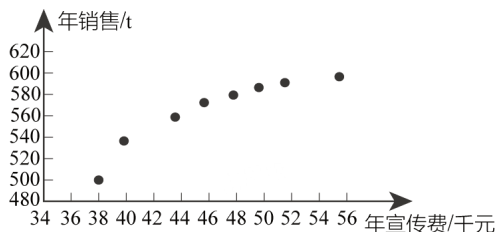
(2) 求样本 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, 20$) 的相关系数（精确到 0.01）.

(3) 根据现有统计资料，各地块间植物覆盖面积差异很大，为提高样本的代表性以获得该地区这种野生动物数量更准确的估计，请给出一种你认为更合理的抽样方法，并说明理由.

附：相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, $\sqrt{2} \approx 1.414$.

练22 (★★★★☆)

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x (单位：千元) 对年销售量 y (单位：t) 和年利润 z (单位：千元) 的影响，对近8年的年宣传费 x_i 和年销售量 y_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) 数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{w}$	$\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^8 (w_i - \bar{w})^2$	$\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^8 (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_i = \sqrt{x_i}$, $\bar{w} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 w_i$.

(1) 根据散点图判断, $y = a + bx$ 与 $y = c + d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由);

(2) 根据(1)的判断结果及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程;

(3) 已知这种产品的年利润 z 与 x, y 的关系为 $z = 0.2y - x$. 根据(2)的结果回答下列问题: ①年宣传费 $x = 49$ 时, 年销售量及年利润的预报值是多少? ②年宣传费 x 为何值时, 年利润的预报值最大?

附: 对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$, 其回归直线 $\hat{v} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}.$$

独立性检验综合

练23 (★★☆☆)

为加强环境保护，治理空气污染，环境监测部门对某市空气质量进行调研，随机抽查了100天空气中的PM2.5和SO₂浓度（单位： $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），得下表：

PM2.5 \ SO ₂	[0, 50]	(50, 150]	(150, 475]
[0, 35]	32	18	4
(35, 75]	6	8	12
(75, 115]	3	7	10

（1）估计事件“该市一天空气中PM2.5浓度不超过75，且SO₂浓度不超过150”的概率；

（2）根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表：

PM2.5 \ SO ₂	[0, 150]	(150, 475]
[0, 75]		
(75, 115]		

（3）根据（2）中的列联表，判断是否有99%的把握认为该市一天空气中PM2.5浓度与SO₂浓度有关？

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

练24 (★★★☆☆)

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）.

锻炼人次 空气质量等级	[0, 200]	(200, 400]	(400, 600]
1（优）	2	16	25
2（良）	5	10	12
3（轻度污染）	6	7	8
4（中度污染）	7	2	0

- (1) 分别估计该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率；
- (2) 求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；
- (3) 若某天的空气质量等级为1或2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为3或4，则称这天“空气质量不好”. 根据所给数据，完成下面的2 × 2列联表，并根据列联表，判断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

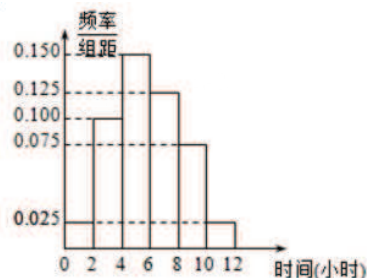
	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好		
空气质量不好		

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$,

$P (K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

练25 (★★☆☆)

某高校共有学生15000人，其中男生10500人，女生4500人. 为调查该校学生每周平均体育运动时间的情况，采用分层抽样的方法，收集300位学生每周平均体育运动时间的样本数据（单位：小时）.



(1) 应收集多少位女生的样本数据?

(2) 根据这300个样本数据，得到学生每周平均体育运动时间的频率分布直方图（如图所示），其中样本数据的分组区间为：[0, 2]，(2, 4]，(4, 6]，(6, 8]，(8, 10]，(10, 12]。估计该校学生每周平均体育运动时间超过4小时的概率.

(3) 在样本数据中，有60位女生的每周平均体育运动时间超过4小时，请完成每周平均体育运动时间与性别列联表，并判断是否有95%的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.1	0.05	0.01	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

练26 (★★☆☆)

某商场为提高服务质量，随机调查了50名男顾客和50名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

(2) 能否有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

第8讲

基础检测卷

本试卷共9个题目，选择5个，填空3个，解答1个，均为基础水平题目。限时30分钟。得分在70分以上视为合格，可以去做【刷中档】模块题目，冲刺更高的水平。

一、单选题，共5题，每题10分.

练1 (★★☆☆☆)

从黄瓜、白菜、油菜、扁豆4种蔬菜品种中选出3种，分别种在不同土质的三块土地上，其中黄瓜必须种植. 不同的种植方法共有 ()

- A. 24种 B. 18种 C. 12种 D. 6种

练2 (★★☆☆☆)

在 $(\sqrt{x}-2)^5$ 的展开式中， x^2 的系数为 ()

- A. -5 B. 5 C. -10 D. 10

练3 (★☆☆☆☆)

若某群体中的成员只用现金支付的概率为0.45，既用现金支付也用非现金支付的概率为0.15，则不用现金支付的概率为 ()

- A. 0.3 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.7

练4 (☆☆☆☆)

已知离散型随机变量 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

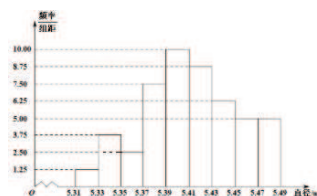
则 X 的数学期望 $E(X) = (\quad)$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

练5 (☆☆☆☆)

从一批零件中抽取 80 个，测量其直径（单位：mm），将所得数据分为 9 组：[5.31, 5.33)，[5.33, 5.35)，…，[5.45, 5.47)，[5.47, 5.49]，并整理得到如下频率分布直方图，则在被抽取的零件中，直径落在区间 [5.43, 5.47) 内的个数为 ()

- A. 10
B. 18
C. 20
D. 36



二、填空题，共3题，每题10分.

练6 (☆☆☆☆)

将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷 2 次，观察向上的点数，则点数和为 5 的概率是_____.

练7 (☆☆☆☆)

已知一组数据 6, 7, 8, 8, 9, 10，则该组数据的方差是_____.

练8 (★★☆☆☆)

工人月工资 y (元) 与劳动生产率 x (千元) 变化的回归方程为 $\hat{y} = 50 + 80x$, 下列判断正确的是_____.

- ①劳动生产率为1千元时, 工资为130元;
- ②劳动生产率提高1千元, 则工资提高80元;
- ③劳动生产率提高1千元, 则工资提高130元;
- ④当月工资为210元时, 劳动生产率为2千元.

三、解答题, 共1题, 每题20分.

练9 (★★★★☆)

某厂接受了一项加工业务, 加工出来的产品 (单位: 件) 按标准分为 A, B, C, D 四个等级. 加工业务约定: 对于 A 级品、 B 级品、 C 级品, 厂家每件分别收取加工费90元, 50元, 20元; 对于 D 级品, 厂家每件要赔偿原料损失费50元. 该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务. 甲分厂加工成本费为25元/件, 乙分厂加工成本费为20元/件. 厂家为决定由哪个分厂承接加工业务, 在两个分厂各试加工了100件这种产品, 并统计了这些产品的等级, 整理如下:

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

- (1) 分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率.
- (2) 分别求甲、乙两分厂加工出来的100件产品的平均利润, 以平均利润为依据, 厂家应选哪个分厂承接加工业务?

第 9 讲

中档检测卷

本试卷共9个题目，选择5个，填空2个，解答1个，均为中档水平题目。限时30分钟。得分在70分以上视为合格，可以去做【提能力】模块题目，冲刺更高的水平。

一、单选题，共5题，每题10分.

练1 (★★☆☆☆)

8名学生和2位教师站成一排合影，2位教师不相邻的排法种数为 ()

A. $A_8^8 A_9^2$

B. $A_8^8 C_9^2$

C. $A_8^8 A_7^2$

D. $A_8^8 C_7^2$

练2 (★★☆☆☆)

二项式 $(x+1)^n$ ($n \in \mathbf{N}_+$) 的展开式中 x^2 的系数为15，则 $n =$ ()

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

练3 (★★☆☆☆)

将一颗质地均匀的骰子先后抛掷3次，至少出现一次6点向上的概率是 ()

A. $\frac{5}{216}$

B. $\frac{25}{216}$

C. $\frac{31}{216}$

D. $\frac{91}{216}$

练4 (★★☆☆☆)

已知变量 x, y 成负相关，且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 3.5$ ，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是 ()

A. $y = 0.4x + 2.3$

B. $y = 2x + 2.4$

C. $y = -2x + 9.5$

D. $y = -0.4x + 4.4$

练5 (★★★☆☆)

通过随机询问110名性别不同的大学生是否爱好某项运动，得到如下的列联表：

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

由 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 算得， $K^2 = \frac{110 \times (40 \times 30 - 20 \times 20)^2}{60 \times 50 \times 60 \times 50} \approx 7.8$

附表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

参照附表，得到的正确结论是 ()

- A. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”
- B. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”
- C. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下，认为“爱好该项运动与性别有关”
- D. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下，认为“爱好该项运动与性别无关”

二、填空题，共3题，每题10分.

练6 (★★☆☆☆)

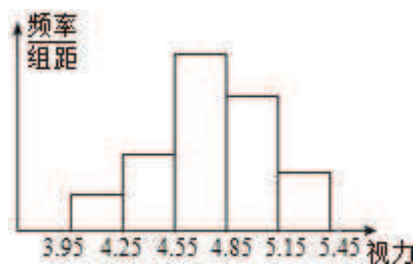
若 $(ax-1)^5$ 的展开式中 x^3 的系数是 -80 ，则实数 a 的值是_____.

练7 (★★★☆☆)

已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$. 假定两球是否落入盒子互不影响，则甲、乙两球都落入盒子的概率为_____；甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为_____.

练8 (★★★☆☆)

中小学生的视力状况受到全社会的广泛关注,某市有关部门对全市3万名高中生的视力状况进行一次抽样调查统计,所得到的有关数据绘制成频率分布直方图,如图,从左至右五个小组的频率之比依次是 $2:4:9:7:3$,第五小组的频数是36.



- (1) 本次调查共抽测了_____名学生;
 (2) 本次调查抽测的数据的中位数应在第_____小组;
 (3) 如果视力在 $4.9 \sim 5.1$ (含4.9, 5.1) 均属正常,那么全市高中生视力正常的约有_____人.

三、解答题, 共1题, 每题20分.

练9 (★★★☆☆)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况,随机调查了100个企业,得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率 y 的频数分布表.

y 的分组	$[-0.20, 0)$	$[0, 0.20)$	$[0.20, 0.40)$	$[0.40, 0.60)$	$[0.60, 0.80)$
企业数	2	24	53	14	7

- (1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例、产值负增长的企业比例;
 (2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值. (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表.) (精确到0.01)

附: $\sqrt{74} \approx 8.602$.

参考答案与解析

第1讲 计数原理

练1

答案：C

解答：

由题意知，不同的安排方法有 $C_6^1 C_5^2 C_3^3 = 60$ 种

故选：C.

练2

答案：D

解答：

由题意，选一本语文书一本数学书有 $9 \times 7 = 63$ 种

选一本数学书一本英语书有 $5 \times 7 = 35$ 种

选一本语文书一本英语书有 $9 \times 5 = 45$ 种

$\therefore$ 共有 $63 + 45 + 35 = 143$ 种选法

故选：D.

练3

答案：C

解答：

根据题意，分2种情况讨论

①从山的南面上山，从北面下山

则上山的道路有2种情况，下山的道路有3种情况，此时有 $2 \times 3 = 6$ 种走法

②从山的北面上山，从南面下山

则上山的道路有3种情况，下山的道路有2种情况，此时有 $3 \times 2 = 6$ 种走法

故共有 $6 + 6 = 12$ 种不同的走法

故选：C.

练4

答案: B

解答:

$$\because A_{n+1}^2 - A_n^2 = 10$$

$$\therefore n(n+1) - n(n-1) = 10$$

解得 $n = 5$

故选: B.

练5

答案: A

解答:

最大数为 $m + 20$, 共有 21 个自然数连续相乘

根据排列公式可得 $m(m+1)(m+2)\cdots(m+19)(m+20) = A_{m+20}^{21}$

故选: A.

练6

答案: B

解答:

根据题意, $C_{n+1}^6 - C_n^6 = C_n^7$ 变形可得 $C_{n+1}^6 = C_n^6 + C_n^7$

又 $C_n^6 + C_n^7 = C_{n+1}^7$, 则 $C_{n+1}^6 = C_{n+1}^7$

则可得到 $n+1 = 6+7$

所以 $n = 12$

故选: B.

练7

答案: A

解答:

直接法: 一男两女, 有 $C_5^1 C_4^2 = 5 \times 6 = 30$ 种, 两男一女, 有 $C_5^2 C_4^1 = 10 \times 4 = 40$ 种, 共计 70 种

间接法: 任意选取 $C_9^3 = 84$ 种, 其中都是男医生有 $C_5^3 = 10$ 种, 都是女医生有 $C_4^3 = 4$ 种

于是符合条件的有 $84 - 10 - 4 = 70$ 种

故选: A.

练8

答案：C

解答：

首先从后排6人中选2人出来，共 C_6^2 种不同选法，将这2人与前排4人排列，且前排4人的相对顺序不变，可以看成有6个位置，先选2个位置排这2人有 A_6^2 种不同排法，其余位置按4人原顺序排好只有1种排法，由乘法原理，得不同调整方法的总数是 $C_6^2 A_6^2$

故选：C.

练9

答案：B

解答：

如果甲、乙、丙三人中有两人参加，不同的方法有 $C_3^2 C_3^2 = 9$ （种）

如果甲、乙、丙三人中有三人参加，不同的方法有 $C_3^3 C_3^1 = 3$ （种）

所以，如果甲、乙、丙三人中至少有两人参加，不同的方法有 $9 + 3 = 12$ （种）

故选：B.

练10

答案：D

解答：

分两类：（1）甲组中选出一名女生有 $C_5^1 C_3^1 C_6^2 = 225$ 种选法

（2）乙组中选出一名女生有 $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_2^1 = 120$ 种选法

故共有345种选法

故选：D.

练11

答案：B

解答：

由于节目甲必须排在第四位、节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，则节目乙可放在第二、三、五个位置中的任何一个位置，其他节目任意排列. 由分步乘法计数原理可知，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有

$C_3^1 A_3^3 = 18$ 种

故选：B.

练12

答案：D

解答：

根据题意，分2种情况讨论

若甲、乙其中一人参加，则有 $C_2^1 \cdot C_4^3 \cdot A_4^4 = 192$ 种情况

若甲、乙两人都参加，有 $C_2^2 \cdot C_4^2 \cdot A_2^2 \cdot A_3^2 = 72$ 种情况

则不同的发言顺序的种数为 $192 + 72 = 264$

故选：D

练13

答案：B

解答：

由1，2，3，4组成没有重复数字的三位数的个数为从1，2，3，4四个数字中取出三个数字的排列的个数为 $A_4^3 = 24$

故选：B.

练14

答案：D

解答：

要组成无重复数字的五位奇数，则个位只能排1，3，5中的一个数，共有3种排法

然后还剩4个数，剩余的4个数可以在十位到万位4个位置上全排列，共有 $A_4^4 = 24$ 种排法

由分步乘法计数原理得，由1，2，3，4，5组成的无重复数字的五位数中奇数有 $3 \times 24 = 72$ 个

故选：D.

练15

答案：B

解答：

首先认定一辆车，把6个人选出来坐在这辆车里

余下的人坐在另一辆车里

符合条件的选法有选2，3，4

分别有 C_6^2 ， C_6^3 ， C_6^4 种结果

根据分类计数原理知共有 $15 + 20 + 15 = 50$ 种结果

故选：B.

练16

答案：B

解答：

由题意知将7名学生分配到甲、乙两个宿舍中，每个宿舍至少安排2名学生

包括甲、乙每屋住4人、3人或5人、2人

∴当甲和乙两个屋子住4人、3人，共有 $C_7^3 A_2^2$

当甲和乙两个屋子住5人、2人，共有 $C_7^2 A_2^2$

∴根据分类计数原理得到共有 $C_7^3 A_2^2 + C_7^2 A_2^2 = 35 \times 2 + 21 \times 2 = 112$ （种）

故选：B.

练17

答案：B

解答：

由题意知四个不同的球全部随意放入三个不同的盒子中，每个盒子最少一个

首先要从4个球中选2个作为一个元素，有 C_4^2 种结果

同其他的两个元素在三个位置全排列有 A_3^3 种结果

根据分步乘法原理知共有 $C_4^2 A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种放法

故选：B.

练18

答案：B

解答：

由题意知本题是一个分步计数问题

首先给最左边一个主题词涂色，有4种结果

再给左边第二个主题词涂色，有3种结果

以此类推第三个主题词有3种结果，第四个主题词有3种结果

所以根据分步乘法计数原理知结果共有 $4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$ （种）

故选：B.

练19

答案：B

解答：

第一步，涂B区域，有6种方法

第二步，涂C区域，有5种方法

第三步, 涂 A 区域, 有 4 种方法

第四步, 涂 D 区域, 有 4 种方法

所以一共有 $6 \times 5 \times 4 \times 4 = 480$ (种) 涂法

故选: B.

练20

答案: C

解答:

对于 A 区域, 有 5 种颜色可选, 即有 5 种涂法

分类讨论其他 3 个区域

①若 B, D 区域涂不同的颜色, 则有 $A_4^2 = 12$ 种涂法, C 区域有 3 种涂法, 此时其他 3 个区域有 $12 \times 3 = 36$ 种涂法

②若 B, D 区域涂相同的颜色, 则有 4 种涂法, C 区域有 4 种涂法, 此时其他 3 个区域有 $4 \times 4 = 16$ 种涂法

则共有 $5 \times (36 + 16) = 5 \times 52 = 260$ 种

故选: C.

练21

答案: D

解答:

若 6 号角色由小军出演, 则 1 号角色只能由小丁出演, 其它的 4 个角色 4 位学生任意出演, 有 $A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 种分配方案

若 6 号角色不由小军、小丁出演, 有 C_4^1 种选法, 1 号角色由小丁或小军出演, 有 C_2^1 种选法

其它的 4 个角色 4 位学生任意出演, 有 $C_4^1 C_2^1 A_4^4 = 4 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 192$ 种分配方案

$\therefore$ 共有 $24 + 192 = 216$ 种分配方案

故选: D.

练22

答案: A

解答:

根据题意, 要求甲安排在另外两位的前面, 则甲有 3 种分配方法, 即甲在星期一、二、三

分 3 种情况讨论可得

甲在星期一, 有 $A_4^2 = 12$ 种安排方法

甲在星期二, 有 $A_3^2 = 6$ 种安排方法

甲在星期三, 有 $A_2^2 = 2$ 种安排方法

总共有 $12 + 6 + 2 = 20$ 种安排方法

故选：A.

练23

答案：C

解答：

根据题意，分2步进行分析

①将 A, B 看成一个整体，考虑2人之间的顺序，有 $A_2^2 = 2$ 种排法

②将这个整体与 C, D, E, F 四人全排列，有 $A_5^5 = 120$ 种排法

则 A, B 两人相邻的不同排法有 $2 \times 120 = 240$ 种

故选：C.

练24

答案：C

解答：

由题意知程序 A 只能出现在第一步或最后一步

$\therefore$ 从第一个位置和最后一个位置选一个位置把 A 排列，有 $A_2^1 = 2$ 种结果

$\therefore$ 程序 B 和 C 实施时必须相邻

$\therefore$ 把 B 和 C 看做一个元素，同除 A 外的3个元素排列

注意 B 和 C 之间还有一个排列，共有 $A_4^4 A_2^2 = 48$ ，根据分步计数原理知共有 $2 \times 48 = 96$ 种结果

故选：C.

练25

答案：D

解答：

不妨先排学生，一共有 A_4^4 （种）排法

排完学生之后，再排老师，此时学生构成了5个空，要求任意两位老师都不相邻，因此从5个空里任选3个空进行全排

列，一共有 A_5^3 （种）排法

根据分步计数原理，一共有 $A_4^4 A_5^3$ （种）排法

故选：D.

练26

答案：C

解答：

根据题意，分2步进行分析

①先排出甲、乙、丙三人外的五人，将5人全排列，有 A_5^5 种排法，排好后，有6个空位可选

②再在排列好的五人的6个空位里，任选3个，排列甲、乙、丙三人，有 A_6^3 种结果

则不同的排法数目有 $A_6^3 A_5^5$ 种

故选：C.

第2讲 二项式定理

练1

答案: B

解答:

由于 $\left(3x + \frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_8^r \cdot (3x)^{8-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = 3^{8-r} \cdot C_8^r \cdot x^{8-2r}$

令 $8 - 2r = 0$, 则 $r = 4$

$\therefore \left(3x + \frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式中含有常数项的为第5项

故选: B.

练2

答案: B

解答:

$\left(x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = 2^r C_{10}^r x^{20-\frac{5r}{2}}$

令 $20 - \frac{5r}{2} = 0$, 得 $r = 8$

故展开式中的常数项是第9项

故选: B.

练3

答案: D

解答:

利用二项展开式的通项

$T_{r+1} = C_6^r x^{6-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = C_6^r x^{6-2r}$, 令 $6 - 2r = 0$ 得 $r = 3$, 所以 $T_4 = C_6^3 = 20$

故选: D.

练4

答案: C

解答:

设 $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5$ 展开式中的通项为 T_{r+1}

则 $T_{r+1} = C_5^r \cdot x^{10-2r} \cdot (-2)^r \cdot x^{-3r} = (-2)^r \cdot C_5^r \cdot x^{10-5r}$

令 $10 - 5r = 0$ 得 $r = 2$

$\therefore \left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5$ 展开式中的常数项为 $(-2)^2 \times C_5^2 = 4 \times 10 = 40$

故选: C.

练5

答案: C

解答:

$(4^x - 2^{-x})^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_6^r \cdot (-1)^r \cdot 2^{12x-3xr}$

令 $12x - 3xr = 0$, 求得 $r = 4$, 故常数项为 $C_6^4 \cdot (-1)^4 = 15$

故选: C.

练6

答案: C

解答:

$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$ 的展开式的通项公式是 $T_{r+1} = C_{24}^r \cdot (\sqrt{x})^{24-r} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r = C_{24}^r x^{12-\frac{5}{6}r}$

当 r 分别取 0, 6, 12, 18, 24 时, x 的幂指数为整数

所以 x 的幂指数是整数的项共有 5 项

故选: C.

练7

答案: B

解答:

$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_{10}^r \cdot (\sqrt{x})^{10-r} \cdot \left(\frac{-1}{x}\right)^r = (-1)^r \cdot C_{10}^r \cdot x^{\frac{10-3r}{2}}$

因为 $0 \leq r \leq 10$, 所以当 $r = 0, 2$ 时, $\frac{10-3r}{2}$ 为正整数

故含 x 的正整数指数幂的项有 2 项

故选: B.

练8

答案: B

解答:

$\therefore \left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{n+5}$ 的展开式有 16 项

$\therefore n + 5 + 1 = 16$

$$\therefore n = 10$$

故选：B.

练9

答案：B

解答：

$$(1+3x)^n \text{ 的展开式的通项为 } T_{r+1} = C_n^r \cdot (3x)^r = 3^r \cdot C_n^r \cdot x^r$$

$$\text{令 } r = 2$$

$$\text{可得 } (1+3x)^n \text{ 的展开式中含有 } x^2 \text{ 项的系数是 } 3^2 \cdot C_n^2$$

$$\text{由已知可得 } 3^2 \cdot C_n^2 = 54, \text{ 即 } C_n^2 = 6$$

$$\therefore \frac{n(n-1)}{2} = 6, \text{ 即 } n^2 - n - 12 = 0$$

$$\text{解得 } n = 4 \text{ 或 } n = -3 \text{ (舍去)}$$

故选：B.

练10

答案：10

解答：

$$\therefore \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x} \right)^n \text{ 的展开式为}$$

$$T_{r+1} = C_n^r \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} \right)^{n-r} (\sqrt{x})^r = C_n^r \cdot 2^{n-r} \cdot x^{-\frac{2n-5r}{6}}$$

$$\therefore \text{常数项为第5项}$$

$$\therefore r = 4, 2n - 5r = 2n - 20 = 0$$

$$\text{解得 } n = 10$$

故答案为：10.

练11

答案：A

解答：

$$\text{在 } (1-x)^{20} \text{ 的展开式中, 第 } 4r \text{ 项的二项式系数为 } C_{20}^{4r-1}, \text{ 第 } r+2 \text{ 项的二项式系数为 } C_{20}^{r+1}$$

$$\text{由题意可得 } 4r-1 = r+1 \text{ 或 } 4r-1 + (r+1) = 20, \text{ 求得 } r = \frac{2}{3} \text{ (舍去) 或 } r = 4$$

故选：A.

练12

答案: A

解答:

由题意可得, $C_n^2 = C_n^6$

$\therefore n = 8$

展开式的通项 $T_{r+1} = C_8^r x^{8-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = C_8^r x^{8-2r}$

令 $8 - 2r = -2$ 可得 $r = 5$

此时系数为 $C_8^5 = 56$

故选: A.

练13

答案: D

解答:

$\left(\frac{1}{x} - 2\right)^5$ 的展开式的通项公式为: $T_{r+1} = C_5^r (-2)^{5-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = C_5^r (-2)^{5-r} x^{-r}$

令 $-r = -2$, $-r = 0$, 分别解得 $r = 2$, $r = 0$

$\therefore (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x} - 2\right)^5$ 的展开式的常数项 $= 1 \times C_5^2 (-2)^3 - 1 \times 1 \times (-2)^5 = -48$

故选: D.

练14

答案: C

解答:

$\left(x^2 - 3x + \frac{4}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中常数项为 $x^2 \cdot C_5^4 \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 + (-3x) \cdot C_5^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = -25$

故选: C.

练15

答案: A

解答:

二项式系数之和为 $2^5 = 32$

故选: A.

练16

答案: A

解答:

$\because \left(2x + \frac{a}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数和为1

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, $(2 + a)^5 = 1$

解得 $a = -1$

设 $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式的通项为 T_{r+1}

则 $T_{r+1} = C_5^r \cdot (-1)^r \cdot 2^{5-r} \cdot x^{5-r} \cdot x^{-r} = (-1)^r \cdot 2^{5-r} \cdot C_5^r \cdot x^{5-2r}$

令 $5 - 2r = -1$, 得 $r = 3$

$\therefore$ 该展开式中 $\frac{1}{x}$ 项的系数为 $(-1)^3 \cdot 2^2 \cdot C_5^3 = -40$

故选: A.

练17

答案: C

解答:

令 $x = 0$ 可得 $a_0 = 1$

令 $x = 1$ 可得 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_8 = 2^8 = 256$

所以 $a_1 + a_2 + \cdots + a_8 = 255$

故选: C.

练18

答案: B

解答:

因为 $(1+x)(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_8x^8$

令 $x = 0$ 可得: $(1+0)(1-0)^7 = a_0$

即 $a_0 = 1$

令 $x = 1$ 得: $(1+1)(1-2)^7 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_7 + a_8 = -2$

所以 $a_1 + a_2 + \cdots + a_7 + a_8 = -2 - a_0 = -2 - 1 = -3$

故选: B.

练19

答案: A

解答:

令 $x = 1$, 得 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0$

令 $x = -1$, 得 $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 = 32$

两式相减化简得 $a_1 + a_3 + a_5 = -16$

故选: A.

练20

答案: C

解答:

令展开式的 $x = 1$ 得 $1 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{11}$

令 $x = -1$ 得 $3^{10} = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \cdots + a_{11}$

两式相加得 $3^{10} + 1 = 2(a_1 + a_3 + a_5 \cdots + a_{11})$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 \cdots + a_{11} = \frac{3^{10} + 1}{2}$$

令 $x = 0$ 得 $a_1 = 1$

$$\therefore a_3 + a_5 \cdots + a_{11} = \frac{3^{10} + 1}{2} - 1 = \frac{1}{2}(3^{10} - 1)$$

故选: C.

练21

答案: B

解答:

$$(90 + 1)^{92} = C_{92}^0 \cdot 90^{92} + C_{92}^1 90^{91} + \cdots + C_{92}^{90} 90^2 + C_{92}^{91} 90 + C_{92}^{92}$$

前 91 项均能被 100 整除, 剩下两项为 $92 \times 90 + 1 = 8281$, 显然 8281 除以 100 所得余数为 81

故选: B.

练22

答案: A

解答:

$$2^{33} = (7 + 1)^{11} = C_{11}^0 \cdot 7^{11} + C_{11}^1 \cdot 7^{10} + C_{11}^2 \cdot 7^9 + \cdots + C_{11}^{10} \cdot 7 + 1$$

显然, 除了最后一项外, 其余的各项都能被 7 整除, 故 2^{33} 除以 7 的余数为 1

故今天是星期日, 再过 2^{33} 天是星期一

故选: A.

练23

答案: B

解答:

$$\begin{aligned} & \text{由题意 } 1 - 90C_{10}^1 + 90^2C_{10}^2 + 90^3C_{10}^3 + \cdots + (-1)^k 90^k C_{10}^k + \cdots + 90^{10} C_{10}^{10} \\ &= (1 - 90)^{10} = 89^{10} = (1 + 88)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 88 + C_{10}^2 88^2 + \cdots + C_{10}^{10} 88^{10} \\ &= 1 + C_{10}^1 88 + C_{10}^2 88^2 + \cdots + C_{10}^{10} 88^{10} \end{aligned}$$

所以除以88的余数为1

故选: B.

练24

答案: A

解答:

$$\begin{aligned} & \because 32^{2016} + a = (33 - 1)^{2016} + a \\ &= C_{2016}^0 \cdot 33^{2016} - C_{2016}^1 \cdot 33^{2015} + C_{2016}^2 \cdot 33^{2014} - \cdots - C_{2016}^{2015} \cdot 33^1 + 1 + a \end{aligned}$$

能被11整除, $0 \leq a < 12$

则 $1 + a$ 能被11整除

故 $a = 10$

故选: A.

练25

答案: C

解答:

$$C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \cdots + C_n^n x^n = (1 + x)^n - 1$$

当 $x = 5$, $n = 4$ 时, $(1 + x)^n - 1 = 6^4 - 1 = (6^2 - 1)(6^2 + 1) = 35 \times 37$ 能被7整除

故选: C.

练26

答案: A

解答:

$$\because \text{已知 } a = 1 + C_{10}^1 + C_{10}^2 \cdot 2 + C_{10}^3 \cdot 2^2 + \cdots + C_{10}^{10} \cdot 2^9$$

$$\therefore 2a = 1 + 2C_{10}^1 + 2^2 C_{10}^2 + 2^3 C_{10}^3 + \cdots + 2^{10} C_{10}^{10} = 1 + (1 + 2)^{10}$$

$$\therefore a = 1 + C_{10}^1 + C_{10}^2 \cdot 2 + C_{10}^3 \cdot 2^2 + \cdots + C_{10}^{10} \cdot 2^9 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + 2)^{10} = \frac{1}{2}(3^{10} + 1)$$

$$\text{而 } 3^{10} = 9^5 = (10 - 1)^5 = C_5^0 \cdot 10^5 - C_5^1 \cdot 10^4 + C_5^2 \cdot 10^3 - C_5^3 \cdot 10^2 + C_5^4 \cdot 10 - 1$$

$$\text{故 } a = \frac{1}{2}(3^{10} + 1) = \frac{1}{2}(C_5^0 \cdot 10^5 - C_5^1 \cdot 10^4 + C_5^2 \cdot 10^3 - C_5^3 \cdot 10^2 + C_5^4 \cdot 10) \text{ 的个位数字为 } 5$$

$\therefore a$ 除以 10 的余数为 5

而 $b \equiv a \pmod{10}$

故 b 除以 10 的余数为 5

结合所给的选项，应选 A

故选：A.

第3讲 随机事件与概率**练1**

答案：D

解答：

对A，B中表示的随机试验的结果

随机变量均取值4

而D是 $\xi = 4$ 代表的所有试验结果

故选：D.

练2

答案：C

解答：

由题两个孩子的出生有先后之分

因此所有可能的基本事件有：（男，男），（男，女），（女，男），（女，女）

故选：C.

练3

答案：A

解答：

从四双不同的鞋中任意取出4只

事件“4只全部不成对”与事件“至少有2只成对”是对立事件

故选：A.

练4

答案：D

解答：

①恰好有1件次品和恰好有2件次品不能同时发生，所以这两个事件是互斥事件

②至少有1件次品和全是次品能同时发生，所以这两个事件不是互斥事件

③至少有1件正品和至少有1件次品能同时发生，所以这两个事件不是互斥事件

④至少有1件次品和全是正品不能同时发生，所以这两个事件是互斥事件

综上，①④是互斥事件

故选：D.

练5

答案：C

解答：

- ①恰有一个偶数和恰有一个奇数是相同的事件，故①不是互斥事件
- ②至少有一个是奇数包含两个数都是奇数的情况，故②不是互斥事件
- ③至少有一个是奇数和两个都是偶数不能同时发生，故③是互斥事件
- ④至少有一个是奇数和至少有一个是偶数可以同时发生，故④不是互斥事件

故选：C.

练6

答案：C

解答：

将红，黑，蓝，白5张纸牌（其中白纸牌有2张）随机分发给甲，乙，丙，丁4个人，每人至少分得1张

在A中，事件“甲分得1张白牌”与事件“乙分得1张红牌”有可能同时发生，不是互斥事件，故A错误

在B中，事件“甲分得1张红牌”与事件“乙分得1张蓝牌”有可能同时发生，不是互斥事件，故B错误

在C中，事件“甲分得1张白牌”与事件“乙分得2张白牌”不可能同时发生，是互斥事件，故C正确

在D中，事件“甲分得2张白牌”与事件“乙分得1张黑牌”有可能同时发生，不是互斥事件，故D错误

故选：C.

练7

答案：A

解答：

- (1) 中基本事件的个数是无限多个
- (2) 中基本事件的发生是等可能的，且是有限个
- (3) 中基本事件的个数是无限多个
- (4) 中的基本事件的发生不是等可能的

故为古典概型的个数只有一个

故选：A.

练8

答案：C

解答：

对于A，从6名同学中选出4名参加学校文艺汇演，每个人被选中的可能性相等

满足有限性和等可能性，是古典概型

在B中，同时掷两枚骰子，点数和为7的事件是随机事件

满足有限性和等可能性，是古典概型

在C中，不具有等可能性，不是古典概型

在D中，3个人站成一排，其中甲、乙相邻是随机事件

满足有限性和等可能性，是古典概型

故选：C.

练9

答案：0.5

解答：

事件A与事件B互斥，且 $P(A) = 0.2$ ， $P(B) = 0.3$

则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.2 + 0.3 = 0.5$

故答案为：0.5.

练10

答案：0.4

解答：

$\because P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.6$ ， $P(A \cup B) = 0.7$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

所以 $0.5 + 0.6 - P(AB) = 0.7$ ，解得 $P(AB) = 0.4$

故答案为：0.4.

练11

答案：B

解答：

从1，2，3，4，5这5个数中，任取两个数

基本事件总数 $n = C_5^2 = 10$

所取两个数之积为奇数所含的基本事件有

$m = C_3^2 = 3$

$\therefore$ 所取的两个数之积为奇数的概率 $P = \frac{m}{n} = \frac{3}{10}$

故选：B.

练12

答案：C

解答：

7个相同的小球，投入甲，乙，丙，丁4个不同的小盒中

每个小盒中至少有1个小球的放法有 $C_6^3 = 20$ (种)

其中甲盒中恰好有3个小球的放法有 $C_3^2 = 3$ (种)

$\therefore$ 所求概率为 $\frac{3}{20}$

故选：C.

练13

答案：B

解答：

从10个大小相同的球中任取4个有 C_{10}^4 种方法

若所取4个球的最大号码是6，则有一个球号码是6

另外三个球要从1，2，3，4，5号球中取3个，有 C_5^3 种方法

$\therefore P = \frac{C_5^3}{C_{10}^4} = \frac{1}{21}$

故选：B.

练14

答案：A

解答：

某小组共有6名学生，其中女生2名，现选举2名代表

基本事件总数 $n = C_6^2 = 15$

至少有1名女生当选包含的基本事件个数 $m = C_4^1 C_2^1 + C_2^2 = 9$

$\therefore$ 至少有1名女生当选的概率为 $P = \frac{m}{n} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

故选：A.

练15

答案：A

解答：

在10个排球中有6个正品，4个次品，从中抽取4个

基本事件总数 $n = C_{10}^4 = 210$

正品数比次品数少包含的情况有：取到4个次品，取到3个次品和1个正品

∴正品数比次品数少包含的基本事件个数 $m = C_4^4 + C_6^1 C_4^3 = 25$

则正品数比次品数少的概率 $P = \frac{m}{n} = \frac{25}{210} = \frac{5}{42}$

故选：A.

练16

答案：B

解答：

从数字1, 2, 3, 4, 5, 6中任取2个求出乘积，基本事件总数 $n = C_6^2 = 15$

所得结果是3的倍数包含的基本事件个数 $m = C_2^2 + C_2^1 C_4^1 = 9$

∴所得结果是3的倍数的概率是 $P = \frac{m}{n} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

故选：B.

练17

答案：D

解答：

袋中有形状、大小都相同的4个球，其中2个红球，2个白球

从中随机一次摸出2个球，基本事件总数 $n = C_4^2 = 6$

这2个球中至少有1个白球的对立事件是这2个球都是红球

∴这2个球中至少有1个白球的概率为 $1 - \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{5}{6}$

故选：D.

练18

答案：D

解答：

某校开设 a, b, c, d 共4门选修课，一位同学从中随机选取2门

基本事件总数 $n = C_4^2 = 6$

∴ a 与 b 未同时被选中的对立事件是 a 与 b 同时被选中

∴ a 与 b 未同时被选中的概率为 $1 - \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{5}{6}$

故选：D.

练19

答案：D

解答：

依题意，从5人中选2人，共 $C_5^2 = 10$ （种）选法

不选 A, B 的选法共 $C_3^2 = 3$ （种）

$\therefore$ 不选 A, B 的概率是 $\frac{3}{10}$

$\therefore A$ 或 B 被选中的概率是 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

故选：D.

练20

答案：D

解答：

盒中共有6件除了颜色外完全相同的产品，其中有1件红色，2件白色和3件黑色

从中任取两件，基本事件总数 $n = C_6^2 = 15$

两件颜色相同包含的基本事件个数 $m = C_2^2 + C_3^2 = 4$

$\therefore$ 两件颜色不相同的概率为 $P = 1 - \frac{m}{n} = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$

故选：D.

练21

答案：C

解答：

语文、数学、英语、物理、化学每科分别要排一节课

数学不排第一节，物理不排最后一节可得总数为 $5! - 4! - 4! + 3! = 78$

数学不排第一节，物理不排最后一节的情况下，化学排第四节的方法数为 $4! - 3! - 3! + 2! = 14$

故满足条件的概率是 $\frac{14}{78} = \frac{7}{39}$

故选：C.

练22

答案：C

解答：

某停车场只有并排的8个停车位，恰好全部空闲

现有3辆汽车依次驶入，并且随机停放在不同车位

基本事件总数 $n = A_8^3 = 336$

至少有2辆汽车停放在相邻车位的对立事件是三辆汽车互不相邻

此时对应的事件数 $m = A_6^3 = 120$

∴至少有两辆车停放在相邻车位的概率是

$$P = 1 - \frac{A_6^3}{A_8^3} = \frac{9}{14}$$

故选：C.

练23

答案：C

解答：

某人先后三次掷一颗骰子，基本事件总数 $n = 6^3$

其中某两次所得的点数之和为11的情况有

三次得到的点数中至少有一次得到5，一次得到6

当剩下的一次得到的点数是1，2，3，4中的一个时，有 $4A_3^3$ 种可能

当剩下的一次得到的点数是5，6中的一个时，有 $2C_3^1$ 种可能

∴其中某两次所得的点数之和为11的基本事件有： $m = 4A_3^3 + 2C_3^1 = 30$

∴其中某两次所得的点数之和为11的概率为 $P = \frac{m}{n} = \frac{30}{6^3} = \frac{5}{36}$

故选：C.

练24

答案：B

解答：

从0到9这10个数字中任取3个数字组成一个没有重复数字的三位数，这个数不能被3整除

所有的三位数有 $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ 个

将10个数字分成三组

即被3除余1的有{1, 4, 7}

被3除余2的有{2, 5, 8}

被3整除的有{3, 6, 9, 0}

若要求所得的三位数被3整除，则可以分类讨论

①三个数字均取第一组，或均取第二组，有 $2A_3^3 = 12$ 个

②若三个数字均取自第三组，则要考虑取出的数字中是否有数字0，共有 $A_4^3 - A_3^2 = 18$ 个

③若三组各取一个数字，第三组中不取0，有 $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot A_3^3 = 162$ 个

④若三组各取一个数字，第三组中取0，有 $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_2^2 = 36$ 个，这样能被3整除的数共有228个，不能被3整除的数有420个

所以概率为 $\frac{420}{648} = \frac{35}{54}$

故选: B.

练25

答案: $\frac{13}{25}$

解答:

由题意可得, 组成无重复数字的五位数的个数为 $C_5^1 A_5^4 = 600$

若个位数字为 0, 则组成的偶数个数为 $A_5^4 = 120$

若个位数字不为 0, 则组成的偶数个数为 $C_2^1 C_4^1 A_4^3 = 192$

则组成无重复数字的五位数, 这个数是偶数的概率为 $\frac{192 + 120}{600} = \frac{13}{25}$

故答案为: $\frac{13}{25}$.

练26

答案: $\frac{9}{64}$

解答:

若 1 重复, 有 $C_3^2 A_3^3 = 18$ 种

若 2, 3, 4 重复, 有 $3C_2^1 A_3^1 = 18$ 种

所以恰有两个数字重复有 $18 + 18 = 36$ 种

由 1, 2, 3, 4 四个数字组成 (数字可重复使用) 的四位数有 $4^4 = 256$ 种

故 a 的个位是 1, 且恰有两个数字重复的概率是 $P = \frac{36}{256} = \frac{9}{64}$

故答案为: $\frac{9}{64}$.

第4讲 离散型随机变量

练1

答案：D

解答：

在A中

$$\therefore P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0.1 \times 5 = 0.5 \neq 1$$

$\therefore$ A中的表达式不是离散型随机变量 X 的分布列

在B中

$$\therefore P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = \frac{6}{50} + \frac{9}{50} + \frac{14}{50} + \frac{21}{50} + \frac{30}{50} = \frac{8}{5} > 1$$

$\therefore$ B中的表达式不是离散型随机变量 X 的分布列

在C中

$$\therefore P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.5 = 1.5 > 1$$

$\therefore$ C中的表达式不是离散型随机变量 X 的分布列

在D中

$$\therefore P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0.2 \times 5 = 1$$

$\therefore$ D中的表达式是离散型随机变量 X 的分布列

故选：D.

练2

答案：A

解答：

因为随机变量的概率非负

且随机变量取遍所有可能值时相应的概率之和等于1

所以对照四个表格可知，只有第②个表格符合要求

故选：A.

练3

答案：A

解答：

此射手“射击一次命中环数 $X \geq 7$ ”的概率是： $0.09 + 0.28 + 0.29 + 0.22 = 0.88$

故选：A.

练4

答案: A

解答:

$$P(X \geq 3) = \frac{1}{2} + \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

故选: A.

练5

答案: B

解答:

$$\because P(X=k) = \frac{k}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

$$\therefore P(X=2) = \frac{2}{10}$$

$$P(X=3) = \frac{3}{10}$$

$$\therefore P(1 < X \leq 3) = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$$

故选: B.

练6

答案: A

解答:

$$\text{由题给出了 } P(\xi = K) = \frac{1}{2^K} \text{ 概率公式, 则 } P(2 < \xi \leq 4) = P(\xi = 3) + P(\xi = 4) = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} = \frac{3}{16}$$

故选: A.

练7

答案: B

解答:

$$\because \text{随机变量 } \xi \text{ 的分布列为 } P(\xi = k) = \frac{t}{C_k^2} \quad (k=2, 3, 4, 5)$$

$$\therefore \frac{t}{C_2^2} + \frac{t}{C_3^2} + \frac{t}{C_4^2} + \frac{t}{C_5^2} = 1$$

$$\therefore t = \frac{5}{8}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{2} < \xi < \frac{10}{3}\right) = P(\xi = 2) + P(\xi = 3) = t + \frac{1}{3}t = \frac{4}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{6}$$

故选: B.

练8

答案: D

解答:

由题意可知 $E\xi = (-1) \times 0.5 + 0 \times 0.3 + 1 \times 0.2 = -0.3$

故选: D.

练9

答案: D

解答:

由已知得 $E(\xi) = 0 \times 0.4 + 2 \times 0.3 + 4 \times 0.3 = 1.8$

所以 $E(5\xi + 4) = 5E(\xi) + 4 = 5 \times 1.8 + 4 = 13$

故选: D.

练10

答案: A

解答:

由题意, $E(X) = (1 + 2 + 3) \times \frac{1}{3} = 2$

$\therefore D(X) = \left[(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 \right] \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\therefore D(3X + 5) = 9D(X) = 9 \times \frac{2}{3} = 6$

故选: A.

练11

答案: B

解答:

先求出 $E(X) = (-1) \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{3}$

再由 $Y = aX + 3$ 得 $E(Y) = aE(X) + 3$

$\therefore \frac{7}{3} = a \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3$, 解得 $a = 2$

故选: B.

练12

答案: B

解答:

由分布列的性质, 得 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + m = 1$

$$\therefore m = \frac{1}{6}$$

$$\therefore E\xi = -1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore E\eta = E(a\xi + 3) = aE\xi + 3 = -\frac{1}{3}a + 3 = \frac{7}{3}$$

$$\therefore a = 2$$

故选: B.

练13

答案: C

解答:

由题意知 $0.5 + 0.1 + b = 1$

解得 $b = 0.4$

$$\therefore EX = 6.3$$

$$\therefore 4 \times 0.5 + 0.1a + 9 \times 0.4 = 6.3$$

解得 $a = 7$

故选: C.

练14

答案: C

解答:

$$\therefore E\xi = 1.5$$

$$\therefore m + 2n + 3 \times 0.3 = 1.5 \text{ ①}$$

根据分布列的性质可以得到 $0.2 + n + m + 0.3 = 1 \text{ ②}$

联立 ①②, 解方程组得到 $m = 0.4, n = 0.1$

$$\therefore m - n = 0.3$$

故选: C.

练15

答案: C

解答:

$$\because E\xi = \frac{4}{3}, D\xi = \frac{2}{9}$$

$$P(\xi = x_1) = \frac{2}{3}, P(\xi = x_2) = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 = \frac{4}{3} \text{ ①}$$

$$2\left(x_1 - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(x_2 - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{2}{9} \times 3 \text{ ②}$$

由①②可得 $x_1 + x_2 = 3$ 或 $\frac{7}{3}$ (不满足 $x_1 < x_2$, 舍去)

故选: C.

练16

答案: A

解答:

由题意可得随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3	4
$P(X=k)$	$a+b$	$2a+b$	$3a+b$	$4a+b$

由分布列的性质可得: $(a+b) + (2a+b) + (3a+b) + (4a+b) = 1$

即 $10a + 4b = 1$ ①

又 $E(X) = 3$

所以 $1 \times (a+b) + 2 \times (2a+b) + 3 \times (3a+b) + 4 \times (4a+b) = 3$

即 $30a + 10b = 3$ ②

由①②解得 $a = \frac{1}{10}, b = 0$

则 $a+b = \frac{1}{10}$

故选: A.

练17

答案: B

解答:

因为随机变量 X 满足 $D(X) = 2$

所以 $D(3X+3) = 9D(X) = 18$

故选: B.

练18

答案: B

解答:

由方差的性质 $D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2$, 有

$$3 = E\xi^2 - (-1)^2, \text{ 即 } E\xi^2 = 4$$

$$\text{所以 } E[3(\xi^2 - 2)] = 3E(\xi^2 - 2) = 3(E\xi^2 - 2) = 6$$

故选: B.

练19

答案: B

解答:

由题设知, 比赛需要的场数 ξ 为 4, 5, 6, 7

$$P(\xi = 4) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$$

$$P(\xi = 5) = 2 \times C_4^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(\xi = 6) = 2 \times C_5^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

$$P(\xi = 7) = 2 \times C_6^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

$$\therefore E\xi = 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{4} + 6 \times \frac{5}{16} + 7 \times \frac{5}{16} = \frac{93}{16}$$

故选: B.

练20

答案: B

解答:

依题意知, ξ 的所有可能取值为 2, 4, 6

$$\text{设每两局比赛为一轮, 则该轮结束时比赛停止的概率为 } \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

若该轮结束时比赛还将继续, 则甲、乙在该轮中必是各得一分, 此时, 该轮比赛结果对下轮比赛是否停止没有影响

$$\text{从而有 } P(\xi = 2) = \frac{5}{9}, P(\xi = 4) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{81}, P(\xi = 6) = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\text{故 } E\xi = 2 \times \frac{5}{9} + 4 \times \frac{20}{81} + 6 \times \frac{16}{81} = \frac{266}{81}$$

故选: B.

练21

答案: C

解答:

根据题意, 学生发球次数为1即一次发球成功的概率为 p , 即 $P(X=1)=p$

发球次数为2即二次发球成功的概率 $P(X=2)=p(1-p)$

发球次数为3的概率 $P(X=3)=(1-p)^2$

则 $EX=p+2p(1-p)+3(1-p)^2=p^2-3p+3$

依题意有 $EX>1.75$, 则 $p^2-3p+3>1.75$

解可得, $p>\frac{5}{2}$ 或 $p<\frac{1}{2}$

则 $0<p<\frac{1}{2}$, 即 $p\in\left(0, \frac{1}{2}\right)$

故选: C.

练22

答案: C

解答:

由题意知 $\xi=0, 1, 2, 3$

$\therefore$ 当 $\xi=0$ 时, 表示前三次都没射中, 第四次还要射击, 但结果不计

$\therefore P(\xi=0)=0.4^3$

$\therefore$ 当 $\xi=1$ 时, 表示前两次都没射中, 第三次射中

$\therefore P(\xi=1)=0.6\times 0.4^2$

$\therefore$ 当 $\xi=2$ 时, 表示第一次没射中, 第二次射中

$\therefore P(\xi=2)=0.6\times 0.4$

$\therefore$ 当 $\xi=3$ 时, 表示第一次射中

$\therefore P(\xi=3)=0.6$

$\therefore E\xi=2.376$

故选: C.

练23

解答:

(1) 设事件 A : “恰好用完3次投篮机会”, 则其对立事件为“前两次投篮均不中”

$\therefore P(A)=1-(1-P)^2=\frac{21}{25}$, 解得 $P=\frac{3}{5}$

综上, P 的值为 $\frac{3}{5}$

(2) ξ 的可能取值为0, 1, 2, 3

$$P(\xi = 0) = (1 - P)^2 = \frac{4}{25}$$

$$P(\xi = 1) = P(1 - P)^2 + (1 - P)P(1 - P) = \frac{24}{125}$$

$$P(\xi = 2) = P^2(1 - P) + P(1 - P)P + (1 - P)P^2 = \frac{54}{125}$$

$$P(\xi = 3) = P^3 = \frac{27}{125}$$

∴ ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{4}{25}$	$\frac{24}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

$$E(\xi) = 0 + \frac{24}{125} + \frac{108}{125} + \frac{81}{125} = \frac{213}{25}$$

练24

答案: C

解答:

由题意知 ξ 的可能取值为 2, 3, 4

$$P(\xi = 2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$P(\xi = 3) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \right) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{10}$$

$$P(\xi = 4) = 1 - P(\xi = 2) - P(\xi = 3) = 1 - \frac{1}{10} - \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\therefore E\xi = 2 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{2}{10} + 4 \times \frac{7}{10} = \frac{18}{5}$$

故选: C.

练25

解答:

由题意知, ξ 可以取 2, 3, 4

根据相互独立事件概率计算公式, 可得

$$P(\xi = 2) = \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{28}{45}$$

$$P(\xi = 3) = \frac{8}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} + \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{14}{45}$$

$$P(\xi = 4) = 1 - \frac{28}{45} - \frac{14}{45} = \frac{1}{15}$$

∴ ξ 的分布列如下

ξ	2	3	4
P	$\frac{28}{45}$	$\frac{14}{45}$	$\frac{1}{15}$

$$E\xi = 2 \times P(\xi = 2) + 3 \times P(\xi = 3) + 4 \times P(\xi = 4) = \frac{22}{9}$$

练26

解答：

(1) 由题意知， ξ 表示笼内还剩下的果蝇的只数， ξ 的可能取值是 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

得到 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{7}{28}$	$\frac{6}{28}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{1}{28}$

$$\therefore \text{数学期望为 } E\xi = \frac{2}{28}(1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 4) = 2$$

$$(2) P(\xi \geq E\xi) = P(\xi \geq 2) = \frac{5 + 4 + 3 + 2 + 1}{28} = \frac{15}{28}$$

第 5 讲 常见分布

练1

答案: A

解答:

$\because X$ 服从两点分布

$\therefore X$ 的概率分布为

X	0	1
P	0.5	0.5

$$\therefore E(X) = 0 \times 0.5 + 1 \times 0.5 = 0.5$$

$$D(X) = 0.5^2 \times 0.5 + (1 - 0.5)^2 \times 0.5 = 0.25$$

故选: A.

练2

答案: D

解答:

$\because$ 由题意知一随机试验的结果只有 A 和 $\bar{A}$

且 $P(A) = m$, 随机变量 $X = \begin{cases} 1, A \text{ 发生} \\ 0, A \text{ 不发生} \end{cases}$

$\therefore X$ 服从两点分布

$$\therefore DX = m(1 - m)$$

故选: D.

练3

答案: D

解答:

$\because$ 根据题意 $P(X = 0) = q$, $P(X = 1) = p$, $p + q = 1$

$$\therefore E(X) = 0 \times q + 1 \times p = p$$

$$D(X) = (0 - p)^2 \times q + (1 - p)^2 \times p = p(1 - p)$$

故选: D.

练4

答案: D

解答:

$\therefore$ 随机变量 $X \sim B\left(6, \frac{1}{3}\right)$

$$\therefore P(X=2) = C_6^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^4 = \frac{80}{243}$$

故选: D.

练5

答案: $\frac{11}{243}$

解答:

$$P(X=4) + P(X=5) = C_5^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \frac{2}{3} + C_5^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{11}{243}$$

故答案为: $\frac{11}{243}$.

练6

答案: B

解答:

假设一批产品共有 N 件, 其中有 M 件次品, 从 N 件产品中随机抽取 n 件 (不放回), 用 X 表示抽取的 n 件产品中的次

品数, 则事件 $\{X=k\}$ 发生的概率为 $P(X=k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$. 如果随机变量 X 的分布列具有这种形式, 那么称随机变

量 X 服从超几何分布

根据这个超几何分布的定义知, 只有④服从超几何分布

故选: B.

练7

答案: C

解答:

有 10 件产品, 其中 3 件是次品, 从中任取 2 件, 若 X 表示取得次品的个数

$$\text{则 } P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} + \frac{C_7^1 C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{14}{15}$$

故选: C.

练8

答案: A

解答:

根据正态曲线的性质, 曲线关于直线 $x = \mu$ 对称, 当 $x \in (-\infty, +\infty)$ 时, 正态曲线全在 x 轴上方, 故①正确, ②不正确

只有当 $\mu = 0$ 时, 正态曲线才关于 y 轴对称, 故③不正确

曲线关于直线 $x = \mu$ 对称, 曲线在 $x = \mu$ 时处于最高点, 由这一点向左右两边延伸时, 曲线逐渐降低, 故④正确

曲线的对称轴由 μ 确定, 曲线的形状由 σ 确定; σ 越大, 曲线越“矮胖”, σ 越小, 曲线越“高瘦”, 故⑤⑥正确

故选: A.

练9

答案: A

解答:

由题中图象可知三科总体的平均数(均值)相等

由正态密度曲线的性质可知标准差越大, 正态曲线越扁平, 标准差越小, 正态曲线越瘦高

故三科总体的标准差从小到大依次为甲、乙、丙

故选: A.

练10

答案: D

解答:

A和C. 由图象可知甲图象关于直线 $x = 0.4$ 对称, 乙图象关于直线 $x = 0.8$ 对称

$\therefore \mu_1 = 0.4, \mu_2 = 0.8$, 故A正确, C正确

B. $\therefore$ 甲图象比乙图象更“高瘦”

$\therefore$ 甲类水果的质量比乙类水果的质量更集中于平均值左右, 故B正确

D. $\therefore$ 乙图象的最大值为1.99, 即 $\frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} = 1.99$

$\therefore \sigma_2 \neq 1.99$, 故D错误

故选: D.

练11

答案: B

解答:

由随机变量 $X \sim B(4, p)$ 且 $E(X) = \frac{8}{3}$

得 $4p = \frac{8}{3}$, 解得 $p = \frac{2}{3}$

$$\therefore P(X=2) = C_4^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$$

故选：B.

练12

答案：C

解答：

由题意可知 $E\xi = 0.6n = 3$

解得 $n = 5$

所以 $P(\xi = 1) = C_5^1 \times 0.6 \times 0.4^4 = 3 \times 0.4^4$

故选：C.

练13

答案：8

解答：

$\because X \sim B(n, 0.5)$

$\therefore E(X) = 0.5n = 16$

解得 $n = 32$

$\therefore D(X) = np(1-p) = 32 \times 0.5 \times 0.5 = 8$

故答案为：8.

练14

答案：C

解答：

$\therefore$ 成功次数 X 服从二项分布

每次试验成功的概率为 $1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$

$\therefore$ 在30次试验中，成功次数 X 的期望为 $\frac{5}{9} \times 30 = \frac{50}{3}$

故选：C.

练15

答案：C

解答：

$\therefore$ 该病的发病率为0.02，且每次实验结果都是相互独立的

$$\therefore \xi \sim B(10, 0.02)$$

$$\therefore D(\xi) = 10 \times 0.02 \times 0.98 = 0.196$$

故选: C.

练16

答案: C

解答:

依题意, ξ 的所有可能的取值为 0, 1, 2. 且随机变量 ξ 服从超几何分布

$$\text{所以 } P(\xi = k) = \frac{C_2^k \times C_3^{2-k}}{C_5^2} \quad (k = 0, 1, 2)$$

所以随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$$\text{所以 } E(\xi) = 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{10} = 0.8$$

故选: C.

练17

答案: A

解答:

由题意, 知 ξ 可取 0, 1, 2

$$\text{即 } P(\xi = 0) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

$$P(\xi = 1) = \frac{C_7^1 \cdot C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$$

$$\text{于是 } E(\xi) = 0 \times \frac{7}{15} + 1 \times \frac{7}{15} + 2 \times \frac{1}{15} = \frac{3}{5}$$

故选: A.

练18

答案: 0.2

解答:

解法一: 根据 $P(X < 3) = P(X \leq 2) + P(2 < X < 3) = 0.5 + P(2 < X < 3) = 0.8$, 得 $P(2 < X < 3) = 0.3$. 又

$$P(1 < X < 2) = P(2 < X < 3) = 0.3$$

所以 $P(X \leq 1) = 0.5 - P(1 < X < 2) = 0.5 - 0.3 = 0.2$

解法二: $P(X \leq 1) = P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - 0.8 = 0.2$

故答案为: 0.2.

练19

答案: C

解答:

因为 $P(\xi < 2) = P(\xi > 6) = 0.1$, 且随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$

所以 $\mu = \frac{2+6}{2} = 4$

所以 $P(2 \leq \xi < 4) = 0.5 - P(\xi < 2) = 0.4$

故选: C.

练20

答案: C

解答:

由题意可知 $\mu = 102$, $\sigma = 4$

所以 $\mu + 3\sigma = 114$

所以114分以上的成绩所占的百分比为 $P(X > 114) = P(X > \mu + 3\sigma) = \frac{1 - 0.9974}{2} \times 100\% = 0.13\%$

故选: C.

练21

答案: B

解答:

根据题意, 列出相应样本的频率分布表

A.

X_1	1	2	3	4
P	0.1	0.4	0.4	0.1

均值 $\overline{X_1} = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.4 + 3 \times 0.4 + 4 \times 0.1 = 2.5$

标准差 $s_1 = \sqrt{(1-2.5)^2 \times 0.1 + (2-2.5)^2 \times 0.4 + (3-2.5)^2 \times 0.4 + (4-2.5)^2 \times 0.1} = \sqrt{0.65}$

B.

X_2	1	2	3	4
P	0.4	0.1	0.1	0.4

$$\text{均值 } \overline{X_2} = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.1 + 4 \times 0.4 = 2.5$$

$$\text{标准差 } s_2 = \sqrt{(1-2.5)^2 \times 0.4 + (2-2.5)^2 \times 0.1 + (3-2.5)^2 \times 0.1 + (4-2.5)^2 \times 0.4} = \sqrt{1.85}$$

C.

X_3	1	2	3	4
P	0.2	0.3	0.3	0.2

$$\text{均值 } \overline{X_3} = 1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.2 = 2.5$$

$$\text{标准差 } s_3 = \sqrt{(1-2.5)^2 \times 0.2 + (2-2.5)^2 \times 0.3 + (3-2.5)^2 \times 0.3 + (4-2.5)^2 \times 0.2} = \sqrt{1.05}$$

D.

X_4	1	2	3	4
P	0.3	0.2	0.2	0.3

$$\text{均值 } \overline{X_4} = 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 + 3 \times 0.2 + 4 \times 0.3 = 2.5$$

$$\text{标准差 } s_4 = \sqrt{(1-2.5)^2 \times 0.3 + (2-2.5)^2 \times 0.2 + (3-2.5)^2 \times 0.2 + (4-2.5)^2 \times 0.3} = \sqrt{1.45}$$

经过比较, s_2 最大

故选: B.

练22

答案: A

解答:

由随机变量 ξ_1 , ξ_2 的取值情况, 它们的平均数分别

$$E\xi_1 = \frac{1}{5}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5), \quad E\xi_2 = \frac{1}{5}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 + x_3}{2} + \frac{x_3 + x_4}{2} + \frac{x_4 + x_5}{2} + \frac{x_5 + x_1}{2}\right) = E\xi_1$$

所以有 $D\xi_1 > D\xi_2$

故选: A.

练23

解答:

(1) 记事件“一次试验中, 选择第 i 套方案并试验成功”为 A_i , $i = 1, 2$, 则 $P(A_i) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

3次试验选择了同一套方案且都试验成功的概率

$$P = P(A_1 A_1 A_1 + A_2 A_2 A_2) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{2}{27}$$

(2) X 的可能值为0, 1, 2, 3

$$\text{则 } X \sim B\left(3, \frac{1}{3}\right), P(X=k) = C_3^k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{3-k}, k=0, 1, 2, 3$$

X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

$$EX = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

练24

解答:

$$(1) P(X=2) = \frac{C_5^2 C_3^1}{C_8^3} = \frac{15}{28}$$

(2) 随机变量 X 的可能取值为: 0, 1, 2, 3

$\therefore$ 取球过程是有放回

$\therefore$ 每次取出红球的概率为 $\frac{5}{8}$, 取出其它球的概率为 $\frac{3}{8}$

$\therefore X$ 的概率分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{512}$	$\frac{135}{512}$	$\frac{225}{512}$	$\frac{125}{512}$

$$\therefore E(X) = 0 \times \frac{27}{512} + 1 \times \frac{135}{512} + 2 \times \frac{225}{512} + 3 \times \frac{125}{512} = \frac{15}{8}$$

练25

解答:

(1) 设袋中原有 n ($0 < n < 7, n \in \mathbf{N}^*$) 个白球, 由题意知

$$\frac{1}{7} = \frac{C_n^2}{C_7^2} = \frac{n(n-1)}{7 \times 6}$$

解之得 $n=3$ 或 $n=-2$ (舍去)

故袋中原有3个白球

(2) 由上一题可知, 袋中有3个白球, 4个黑球

甲四次取球可能的情况是: 4个黑球、3黑1白、2黑2白、1黑3白

相应的分数之和为4分、5分、6分、7分

与之对应的乙取球情况: 3个白球、1黑2白、2黑1白、3黑

相应分数之和为6分、5分、4分、3分

即 ξ 可能的取值是0, 2, 4

$$P(\xi = 0) = \frac{C_4^3 \cdot C_3^1}{C_7^4} = \frac{12}{35}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_4^4 + C_4^2 \cdot C_3^2}{C_7^4} = \frac{19}{35}$$

$$P(\xi = 4) = \frac{C_4^1 \cdot C_3^3}{C_7^4} = \frac{4}{35}$$

所以 ξ 的概率分布列为

ξ	0	2	4
P	$\frac{12}{35}$	$\frac{19}{35}$	$\frac{4}{35}$

$$E\xi = 0 \times \frac{12}{35} + 2 \times \frac{19}{35} + 4 \times \frac{4}{35} = \frac{54}{35}$$

练26

解答:

(1) 设“选出的4名同学初中毕业于不同学校”为事件A

$$\text{则 } P(A) = \frac{C_4^1 \cdot C_6^3 + C_4^0 \cdot C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{80 + 15}{210} = \frac{19}{42}$$

所以选出的4名同学初中毕业于不同学校的概率为 $\frac{19}{42}$

(2) 随机变量 x 的所有可能值为0, 1, 2, 3, 4

$$P(x = k) = \frac{C_4^k \cdot C_6^{4-k}}{C_{10}^4} \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4)$$

$$P(x = 0) = \frac{C_4^0 \cdot C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{14}$$

$$P(x = 1) = \frac{C_4^1 \cdot C_6^3}{C_{10}^4} = \frac{8}{21}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_4^2 \cdot C_6^2}{C_{10}^4} = \frac{3}{7}$$

$$P(x = 3) = \frac{C_4^3 \cdot C_6^1}{C_{10}^4} = \frac{4}{35}$$

$$P(x = 4) = \frac{C_4^4 \cdot C_6^0}{C_{10}^4} = \frac{1}{210}$$

所以随机变量 x 的分布列是

x	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{210}$

$$\text{所以 } x \text{ 的数学期望 } E(x) = 0 \times \frac{1}{14} + 1 \times \frac{8}{21} + 2 \times \frac{3}{7} + 3 \times \frac{4}{35} + 4 \times \frac{1}{210} = \frac{8}{5}$$

第6讲 随机抽样**练1**

答案：C

解答：

A. 总体是这批零件的长度

所以不正确

B. 个体是每个零件的长度

所以不正确

C. 500个零件的长度是总体的一个样本

所以正确

D. 样本容量是500

所以不正确

故选：C.

练2

答案：D

解答：

根据样本的定义可知为了抽查一批光盘的质量，从中抽取了500张进行检测，则500张光盘的质量是样本.

故选：D.

练3

答案：D

解答：

在这个问题中，总体是240名学生的身高，个体是每个学生的身高，样本是40名学生的身高，样本容量是40

故选：D.

练4

答案：C

解答：

A. 不是简单随机抽样，因为总体的个体有明显的层次差异

B. 不是简单随机抽样，因为简单随机抽样是不放回的

C. 是简单随机抽样

D. 不是简单随机抽样，因为总体的数量无限

故选：C.

练5

答案：A

解答：

在抽样过程中，个体 a 每一次被抽中的概率是相等的

$\because$ 总体容量为 10

故个体 a “第一次被抽到”的可能性，“第二次被抽到”的可能性均为 $\frac{1}{10}$

故选：A.

练6

答案：C

解答：

从随机数表第 1 行的第 7 列数字 5 开始按两位数连续向右读

编号小于等于 33 的号码依次为 15，17，20

故选出来的第 3 个红色球的编号为 20

故选：C.

练7

答案：D

解答：

根据高一学生 400 人，高二学生 380 人，高三学生 220 人

现教育局督导组欲用分层抽样的方法抽取 50 名学生进行问卷调查

而按照分层抽样，每个个体被抽到的概率是相等的

故选：D.

练8

答案：C

解答：

$\because$ 每个个体等可能被抽到

$\therefore$ 其可能性为 $\frac{n}{N}$

故选：C.

练9

答案：C

解答：

高一某班有男生36人，女生24人

现用分层抽样的方法抽取一个容量为 n 的样本，抽出的女生为12人

$$\text{则 } \frac{n}{36+24} = \frac{12}{24}$$

解得 $n = 30$

$\therefore n$ 的值为30

故选：C.

练10

答案：D

解答：

$$\text{依题意，可知 } \frac{15}{450} = \frac{n-15}{480}$$

所以 $n = 31$

故选：D.

练11

答案：D

解答：

甲命中的环数的平均数为

$$\overline{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{7} \times (7+8+10+9+8+8+6) = 8$$

乙命中的环数的平均数为

$$\overline{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{7} \times (9+10+7+8+7+7+8) = 8$$

$\therefore$ 甲、乙射击的平均成绩相等，故A，B均错误

甲射击的成绩的众数是8，乙射击的成绩的众数是7

$\therefore$ 甲射击的成绩的众数大于乙射击的成绩的众数，故C错误

甲射击的成绩的极差为 $10-6=4$ ，乙射击的成绩的极差为 $10-7=3$

$\therefore$ 甲射击的成绩的极差大于乙射击的成绩的极差

故D正确

故选：D.

练12

答案: A

解答:

设五个数从小到大为 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

依题意得 $a_3 = 4, a_4 = a_5 = 6$

a_1, a_2 是 1, 2, 3 中两个不同的数

符合题意的五个数可能有三种情形

“1, 2, 4, 6, 6”, “1, 3, 4, 6, 6”, “2, 3, 4, 6, 6”

其平均数分别为 3.8, 4, 4.2, 不可能的是 3.6

故选: A.

练13

答案: D

解答:

由题意, 计算 $x_1 = \frac{1}{5} \times (7 + 7 + 8 + 8 + 10) = 8$

$x_2 = \frac{1}{5} \times (8 + 9 + 9 + 9 + 10) = 9$

$s_1^2 = \frac{1}{5} \times [(7-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2] = 1.2$

$s_2^2 = \frac{1}{5} \times [(8-9)^2 + (9-9)^2 + (9-9)^2 + (9-9)^2 + (10-9)^2] = 0.4$

$\therefore x_1 < x_2, s_1^2 > s_2^2$

故选: D.

练14

答案: A

解答:

$\therefore$ 甲的五次数学测验中的得分是: 85, 91, 90, 89, 95

$\therefore$ 甲的平均分是 $\frac{85 + 91 + 90 + 89 + 95}{5} = 90$ (分)

甲的方差是 $\frac{5^2 + 1^2 + 0 + 1^2 + 5^2}{5} = 10.4$

$\therefore$ 乙的分数是: 95, 80, 98, 82, 95

$\therefore$ 乙的平均分是 $\frac{95 + 80 + 98 + 82 + 95}{5} = 90$ (分)

乙的方差是 $\frac{5^2 + 10^2 + 8^2 + 8^2 + 5^2}{5} = 55.6$

$\therefore 55.6 > 10.4$

$\therefore$ 甲比乙稳定

故选: A.

练15

答案: D

解答:

∵样本 $a, 0, 1, 2, 3$ 的平均数为 1

$$\therefore \frac{a+6}{5} = 1$$

解得 $a = -1$

则样本的标准差

$$s = \sqrt{\frac{1}{5} \times [(-1-1)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2]} = \sqrt{2}$$

故选: D.

练16

答案: A

解答:

$$\text{由题意可知: } \frac{4+x}{2} = 5$$

$$\therefore x = 6$$

$$\text{故平均数 } \bar{x} = \frac{-1+0+4+6+7+14}{6} = 5$$

$$\text{方差 } s^2 = \frac{1}{6} [(-1-5)^2 + (0-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (14-5)^2] = 24\frac{2}{3}$$

故选: A.

练17

答案: C

解答:

$$\text{由 } s^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2, \text{ 得 } \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}}{10} = 5, \text{ 得 } x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 50$$

故选: C.

练18

答案: A

解答:

设 10 个数分别为: $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$

$$\text{由题意得, } x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 30, x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2 = 100$$

$$\therefore s^2 = \frac{1}{10} [(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 + \cdots + (x_{10} - 3)^2]$$

$$= \frac{1}{10} [(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2) - 6(x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}) + 90]$$

$$= \frac{1}{10}(100 - 6 \times 30 + 90) = 1$$

那么这10个数组的标准差是1

故选：A.

练19

答案：C

解答：

由图得 $30 \times 0.006 + 10 \times 0.01 + 10 \times 0.054 + 10x = 1$

解得 $x = 0.018$

故选：C.

练20

答案：B

解答：

由某城市通过抽样得到的居民某年的月均用水量（单位：吨）的频率分布直方图，知

$$x + 0.37 + 0.39 + 0.1 + 0.02 = 1$$

解得直方图中 x 的值为0.12

故选：B.

练21

答案：C

解答：

∴ 平均分是每个小长方形的面积乘以每个小长方形底边中点横坐标的和

$$\therefore \text{平均分为：} 30 \times 0.005 \times 20 + 50 \times 0.01 \times 20 + 70 \times 0.02 \times 20 + 90 \times 0.015 \times 20 = 68$$

故选：C.

练22

答案：B

解答：

由频率分布直方图得

$$\text{这组数据中众数的估计值为：} \frac{100 + 102}{2} = 101$$

故选：B.

练23

答案：B

解答：

因为 $(0.014 + 0.024) \times 10 = 0.38 < 0.5$ 且 $(0.014 + 0.024 + 0.028) \times 10 = 0.66 > 0.5$

所以中位数在区间 $[30, 40)$ 内

设中位数为 x ，则 $0.38 + (x - 30) \times 0.028 = 0.5$

所以 $x = 30 + \frac{30}{7} \approx 34$

故选：B.

练24

答案：B

解答：

因为 $0.015 \times 10 = 0.15$ ， $0.04 \times 10 = 0.4$

在频率分布直方图中，中位数左边和右边的面积相等，所以中位数在区间 $[70, 80)$ 内

设中位数为 $70 + x$ ，则 $0.15 + 0.040x = 0.5$ ， $x = 8.75$

所以中位数为 $70 + 8.75 = 78.75$

故选：B.

练25

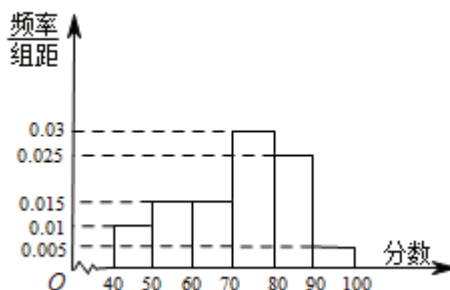
解答：

(1) 因为各组的频率和等于1

故第四组的频率： $f_4 = 1 - (0.025 + 0.015 \times 2 + 0.01 + 0.005) \times 10 = 0.3$

频率分布直方图第四小组对应的高是： $\frac{0.3}{10} = 0.03$

补全直方图如图所示



(2) 依题意，60及以上分数在第三、四、五、六组

它们的频率和为： $(0.015 + 0.03 + 0.025 + 0.005) \times 10 = 0.75$

所以，样本中学生成绩的及格率是75%

估计这次考试的及格率是 75%

利用组中值估算样本中学生的平均分为 $45 \cdot f_1 + 55 \cdot f_2 + 65 \cdot f_3 + 75 \cdot f_4 + 85 \cdot f_5 + 95 \cdot f_6$

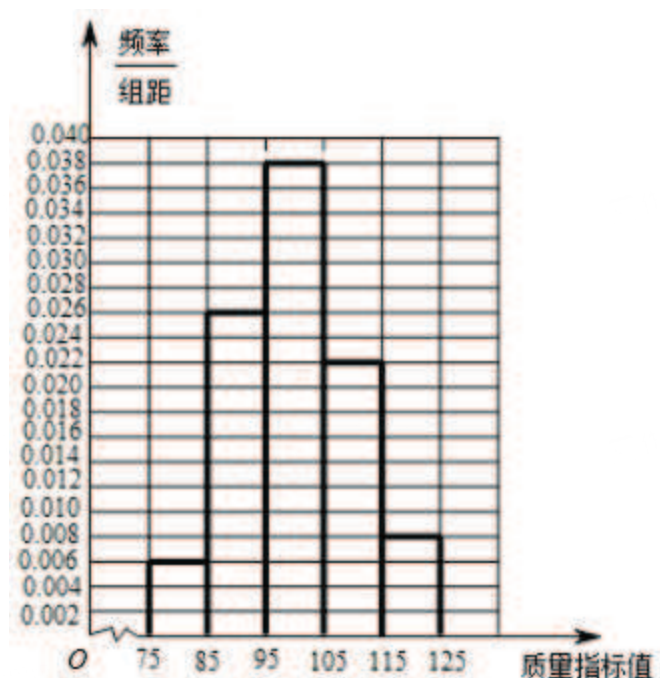
$$= 45 \times 0.1 + 55 \times 0.15 + 65 \times 0.15 + 75 \times 0.3 + 85 \times 0.25 + 95 \times 0.05 = 71 \text{ (分)}$$

估计这次考试的平均分是 71 分

练 26

解答：

(1) 频率分布直方图如图所示



(2) 质量指标的样本平均数为 $\bar{x} = 80 \times 0.06 + 90 \times 0.26 + 100 \times 0.38 + 110 \times 0.22 + 120 \times 0.08 = 100$

质量指标的样本的方差为 $s^2 = (-20)^2 \times 0.06 + (-10)^2 \times 0.26 + 0 \times 0.38 + 10^2 \times 0.22 + 20^2 \times 0.08 = 104$

这种产品质量指标的平均数的估计值为 100，方差的估计值为 104

(3) 质量指标值不低于 95 的产品所占比例的估计值为 $0.38 + 0.22 + 0.08 = 0.68$

由于该估计值小于 0.8，故不能认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于 95 的产品至少要占全部产品 80%”的规定

第7讲 成对数据的统计分析**练1**

答案：B

解答：

∴通常把自变量称为解释变量，因变量称为预报变量

∴故解释变量为自变量，预报变量为因变量

故选：B.

练2

答案：C

解答：

给出一组样本数据，总可以作出相应的散点图

但不一定能分析出两个变量的关系，不一定存在回归直线来模拟这组数据

但是通过散点图可以看出正相关与负相关有明显区别，故C正确

故选：C.

练3

答案：D

解答：

图③呈下降趋势， x 与 y 负相关

图④呈上升趋势， x 与 y 正相关

故选：D.

练4

答案：D

解答：

最小二乘法是通过最小化误差的平方和寻找数据的最佳函数匹配，利用最小二乘法使得这组数据与实际数据之间误差

的平方和为最小，即使得 $\sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$ 最小

故选：D.

练5

答案：B

解答：

线性回归直线一定经过样本点的中心，故A正确

线性回归直线不一定经过样本数据中的一个点，这是最能体现这组数据的变化趋势的直线，但数据并不一定在直线上，故B不正确

根据最小二乘法知C正确

根据线性回归直线的意义知D正确

故选：B.

练6

答案：A

解答：

线性回归直线方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，而 $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$

$\therefore$ 变量 x 和 y 的数据的平均值都相等且分别都是 s, t

$\therefore (s, t)$ 一定在回归直线上

$\therefore$ 直线 l_1 和 l_2 一定有公共点 (s, t)

故选：A.

练7

答案：A

解答：

由题意，年劳动生产率 x （千元）和工人工资 y （元）之间回归方程为 $y = 10 + 70x$

故当 x 增加1时， y 要增加70元

则年劳动生产率每提高1千元时，工资平均提高70元

故A正确

故选：A.

练8

答案：B

解答：

对于分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k

k 越大，“ X 与 Y 有关系”的可信程度越大

k 越小，“ X 与 Y 有关系”的可信程度越小

所以选项B正确

故选：B.

练9

答案：C

解答：

由临界值表可得当 $K^2 > 6.635$ 时，有99%的把握认为两个分类变量 A 与 B 有关

故选：C.

练10

答案：B

解答：

$\therefore$ 概率 $P(K^2 \geq 6.635) \approx 0.01$

$\therefore$ 两个变量有关系的可信度是 $1 - 0.01 = 99\%$

即两个变量有关系的概率是99%

故选：B.

练11

答案：A

解答：

由题意得样本点的中心为 $\left(\frac{3+4+5+6}{4}, \frac{2.5+t+4+4.5}{4} \right)$

即 $\left(4.5, \frac{t+11}{4} \right)$

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$ 必过样本点的中心

$\therefore \frac{1}{4}(t+11) = 0.7 \times 4.5 + 0.35$

$\therefore t = 3$

故选：A.

练12

答案：B

解答：

设被污损的数据为 a

由已知得 $\bar{x} = \frac{1+2+4+5+8}{5} = 4$

$$\bar{y} = \frac{0.50 + 0.90 + 2.30 + 2.70 + a}{5} = \frac{a + 6.40}{5}$$

∵ 回归直线方程 $\hat{y} = 0.46x + 0.16$ 经过点 $(\bar{x}, \bar{y})$

$$\therefore \frac{a + 6.40}{5} = 0.46 \times 4 + 0.16$$

解得 $a = 3.60$

故选: B.

练13

答案: A

解答:

$$\text{由已知可得: } \bar{x} = \frac{165 + 160 + 175 + 155 + 170}{5} = 165, \bar{y} = \frac{58 + 52 + 62 + 43 + 60}{5} = 55$$

∴ 其回归方程为 $\hat{y} = 0.92x + a$

$$\therefore 55 = 0.92 \times 165 + a$$

解得: $a = -96.8$

故选: A.

练14

答案: C

解答:

$$\text{由题意知, } \bar{x} = \frac{0 + 1 + 4 + 5 + 6 + 8}{6} = 4, \bar{y} = \frac{1 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8}{6} = 5, \text{ 代入回归方程有 } b = 1.10$$

故选: C.

练15

答案: D

解答:

$$\because x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_8 = 6, y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_8 = 9$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{3}{4}, \bar{y} = \frac{9}{8}$$

∴ 样本点的中心为 $\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$, 代入回归直线方程得 $\frac{9}{8} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} + a$

$$\therefore a = 1$$

故选: D.

练16

答案: A

解答:

依题意知, $\bar{x} = \frac{17}{10} = 1.7$, $\bar{y} = \frac{4}{10} = 0.4$

而直线 $\hat{y} = -3 + bx$ 一定经过点 $(\bar{x}, \bar{y})$

所以 $-3 + b \times 1.7 = 0.4$, 解得 $b = 2$

故选: A.

练17

答案: B

解答:

$$\therefore \bar{x} = \frac{0+1+3+4}{4} = 2, \quad \bar{y} = \frac{2.2+4.3+4.8+6.7}{4} = 4.5$$

$\therefore$ 样本点的中心的坐标为 $(2, 4.5)$

代入 $\hat{y} = 0.95x + \hat{a}$, 得 $4.5 = 0.95 \times 2 + \hat{a}$

$$\therefore \hat{a} = 2.6$$

$\therefore$ 回归方程为 $\hat{y} = 0.95x + 2.6$

当 $x = 5$ 时, 得 $\hat{y} = 0.95 \times 5 + 2.6 = 7.35$

故选: B.

练18

答案: C

解答:

由题意可知, $\sum_{i=1}^{10} x_i = 225$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1600$

$$\text{所以 } \bar{x} = \frac{225}{10} = 22.5, \quad \bar{y} = \frac{1600}{10} = 160$$

$$\text{又 } \hat{b} = 4$$

$$\text{所以 } \hat{a} = \hat{y} - \hat{b}\bar{x} = 160 - 4 \times 22.5 = 70$$

$$\text{所以当 } x = 24 \text{ 时, } \hat{y} = 4 \times 24 + 70 = 166$$

故选: C.

练19

答案: D

解答:

$\therefore$ 有 99% 的可能性认为学生喜欢跳舞与性别有关

$$\therefore K^2 \geq 6.635$$

故选: D.

练20

答案: D

解答:

根据题意如果在犯错误的概率不超过0.05的前提下认为 X 和 Y 有关

则随机变量 K^2 的观测值 k 应为 $k > 3.841$

故选: D.

练21

解答:

$$(1) \because \sum_{i=1}^{20} y_i = 1200$$

$\therefore$ 该地区这种野生动物数量的估计值为 $\frac{1200}{20} \times 200 = 12000$

$$(2) r = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{800}{\sqrt{80 \times 9000}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0.94$$

$\therefore$ 样本 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 20)$ 的相关系数为 0.94

(3) 分层抽样

理由: 由 (2) 知各样区的这种野生动物数量与植物覆盖面积有很强的的正相关性. 由于各地块间植物覆盖面积差异较大, 即总体是由有明显差别的几部分组成, 所以为了使抽取的样本具有较强的代表性, 且能更好地反映总体的情况, 应采取分层抽样

练22

解答:

(1) 由散点图可以判断, $y = c + d\sqrt{x}$ 适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型

(2) 令 $w = \sqrt{x}$, 先建立 y 关于 w 的线性回归方程, 由于 $\hat{d} = \frac{108.8}{1.6} = 68$, $\hat{c} = \bar{y} - \hat{d}\bar{w} = 563 - 68 \times 6.8 = 100.6$

所以 y 关于 w 的线性回归方程为 $\hat{y} = 100.6 + 68w$

因此 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y} = 100.6 + 68\sqrt{x}$

(3) ①由 (2) 知, 当 $x = 49$ 时, 年销售量 y 的预报值 $\hat{y} = 100.6 + 68\sqrt{49} = 576.6$ (单位: t)

年利润 z 的预报值 $\hat{z} = 576.6 \times 0.2 - 49 = 66.32$ (单位: 千元)

②根据 (2) 的结果可知, 年利润 z 的预报值 $\hat{z} = 0.2(100.6 + 68\sqrt{x}) - x = -x + 13.6\sqrt{x} + 20.12$

当 $\sqrt{x} = \frac{13.6}{2} = 6.8$, 即 $x = 46.24$ 时, 年利润的预报值最大

练23

解答:

(1) 记“该市一天空气中PM2.5浓度不超过75, 且SO₂浓度不超过150”为事件A

$$\text{所以 } P(A) = \frac{32 + 8 + 6 + 18}{100} = \frac{16}{25}$$

(2) 由题意, 可得2×2列联表

PM2.5 \ SO ₂	SO ₂	
	[0, 150]	(150, 475]
[0, 75]	64	16
(75, 115]	10	10

(3) 由上一问得

$$K^2 = \frac{100 \times (64 \times 10 - 16 \times 10)^2}{80 \times 20 \times 74 \times 26} \approx 7.484 > 6.635$$

所以有99%的把握认为该市一天空气中PM2.5浓度与SO₂浓度有关

练24

解答:

(1) 由所给数据可得, 该市一天的空气质量等级为1, 2, 3, 4的概率的估计值分别为 $\frac{43}{100}$, $\frac{27}{100}$, $\frac{21}{100}$, $\frac{9}{100}$

(2) 一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为 $100 \times \frac{20}{100} + 300 \times \frac{35}{100} + 500 \times \frac{45}{100} = 20 + 105 + 225 = 350$

(3) 根据所给数据, 完成2×2列联表如下

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好	33	37
空气质量不好	22	8

$$\text{计算可得 } K^2 = \frac{100 \times (33 \times 8 - 37 \times 22)^2}{55 \times 45 \times 30 \times 70} \approx 5.820 > 3.841$$

所以有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关

练25

解答:

$$(1) 300 \times \frac{4500}{15000} = 90$$

综上所述, 应收集90位女生的样本数据

(2) 由频率分布直方图得 $1 - 2 \times (0.100 + 0.025) = 0.75$

综上所述，该校学生每周平均体育运动时间超过4小时的概率的估计值为0.75

(3) 由(2)知，300位学生中有 $300 \times 0.75 = 225$ 人的每周平均体育运动时间超过4小时，75人的每周平均体育运动时间不超过4小时

又因为样本数据中有210份是关于男生的，90份是关于女生的

所以每周平均体育运动时间与性别列联表如下：每周平均体育运动时间与性别列联表

	男生	女生	总计
每周平均体育运动时间不超过4小时	45	30	75
每周平均体育运动时间超过4小时	165	60	225
总计	210	90	300

结合列联表可算得

$$K^2 = \frac{300 \times (45 \times 60 - 165 \times 30)^2}{210 \times 90 \times 75 \times 225} = \frac{100}{21} \approx 4.762 > 3.841$$

综上所述，每周平均体育运动时间与性别列联表如上表，有95%的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”

练26

解答：

(1) 由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为 $\frac{40}{50} = 0.8$

因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8

女顾客中对该商场服务满意的比率为 $\frac{30}{50} = 0.6$

因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6

$$(2) K^2 = \frac{100 \times (40 \times 20 - 30 \times 10)^2}{50 \times 50 \times 70 \times 30} \approx 4.762$$

由于 $4.762 > 3.841$ ，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异

第8讲 基础检测卷

练1

答案: B

解答:

$\therefore$ 黄瓜必选, 故再选2种蔬菜的方法数是 C_3^2 种

在不同土质的三块土地上种植的方法是 A_3^3

$\therefore$ 种法共有 $C_3^2 \cdot A_3^3 = 18$ 种

故选: B.

练2

答案: C

解答:

$(\sqrt{x} - 2)^5$ 的展开式的通项为

$$T_{r+1} = C_5^r \cdot (\sqrt{x})^{5-r} \cdot (-2)^r$$

$$= (-2)^r \cdot C_5^r \cdot x^{\frac{5-r}{2}} \quad (r = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$\text{令 } \frac{5-r}{2} = 2, \text{ 解得 } r = 1$$

所以 $(\sqrt{x} - 2)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为 $(-2)^1 \cdot C_5^1 = -10$

故选: C.

练3

答案: B

解答:

某群体中的成员只用现金支付, 既用现金支付也用非现金支付, 不用现金支付, 是互斥事件

所以不用现金支付的概率为: $1 - 0.45 - 0.15 = 0.4$

故选: B.

练4

答案: A

解答:

由数学期望的计算公式即可得出: $E(X) = 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{2}$.

故选: A.

练5

答案：B

解答：

由频率分布直方图可知，直径落在区间 $[5.43, 5.47)$ 内的频率为 $(6.25 + 5.00) \times 0.02 = 0.225$

所以直径落在区间 $[5.43, 5.47)$ 内的个数为 $0.225 \times 80 = 18$ 个

故选：B.

练6

答案： $\frac{1}{9}$

解答：

将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷2次，向上的点数共有 $6 \times 6 = 36$ 种情况，满足条件的事件为 $(1, 4)$ ， $(2, 3)$ ，

$(3, 2)$ ， $(4, 1)$ ，共4种，则点数和为5的概率为 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

故答案为： $\frac{1}{9}$.

练7

答案： $\frac{5}{3}$

解答：

因为 $\bar{x} = \frac{1}{6} \times (6 + 7 + 8 + 8 + 9 + 10) = 8$

所以 $s^2 = \frac{1}{6} \times [(6 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (9 - 8)^2 + (10 - 8)^2] = \frac{5}{3}$

故答案为： $\frac{5}{3}$.

练8

答案：②

解答：

$\because$ 对 x 的回归直线方程 $\hat{y} = 50 + 80x$

$\therefore \hat{y}_1 = 80(x + 1) + 50$

$\therefore \hat{y}_1 - \hat{y} = 80(x + 1) + 50 - 80x - 50 = 80$

所以劳动生产率提高1千元，则工资提高80元，②正确，③不正确

①④不满足回归方程的意义

故答案为：②.

练9

解答：

(1) 甲分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率的估计值为 $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

乙分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率的估计值为 $\frac{28}{100} = \frac{7}{25}$

(2) 甲分厂加工出来的 100 件产品的平均利润 $\overline{W}_{\text{甲}} = (90 \times 40 + 50 \times 20 + 20 \times 20 - 50 \times 20) \times \frac{1}{100} - 25 = 15 \text{元}$

乙分厂加工出来的 100 件产品的平均利润 $\overline{W}_{\text{乙}} = (90 \times 28 + 50 \times 17 + 20 \times 34 - 50 \times 21) \times \frac{1}{100} - 20 = 10 \text{元}$

由于 $\overline{W}_{\text{甲}} > \overline{W}_{\text{乙}}$

故厂家应选甲分厂承接加工业务

第 9 讲 中档检测卷

练1

答案: A

解答:

将8名学生全排列, 有 A_8^8 种排法

然后将2位教师插入9个空中, 有 A_9^2 种排法

所以一共有 $A_8^8 A_9^2$ 种排法

故选: A.

练2

答案: B

解答:

$\because$ 二项式 $(x+1)^n$ ($n \in \mathbf{N}_+$) 的展开式中 x^2 的系数为 15

$\therefore C_n^2 = 15$, 即 $\frac{n(n-1)}{2} = 15$, 解得 $n = 6$

故选: B.

练3

答案: D

解答:

$\because$ 事件“至少出现一次6点向上”的对立事件是“出现0次6点向上”

$\therefore$ 至少出现一次6点向上的概率

$$P = 1 - C_3^0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^3 = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

故选: D.

练4

答案: C

解答:

$\because$ 变量 x 与 y 负相关

$\therefore$ 可以排除 A, B

样本平均数 $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 3.5$, 代入 C 符合, D 不符合

故选: C.

练5

答案: A

解答:

$$\text{已知 } K^2 = \frac{110 \times (40 \times 30 - 20 \times 20)^2}{60 \times 50 \times 60 \times 50} \approx 7.8$$

$$\therefore 7.8 > 6.635$$

$\therefore$ 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关

这个结论有 $0.01 = 1\%$ 的机会会出错

故选: A.

练6

答案: -2

解答:

根据题意, 分析可得 $(ax - 1)^5$ 的展开式中含 x^3 的项为 $C_5^2(ax)^3 \cdot (-1)^2 = 10a^3x^3$

结合题意, 有 $10a^3 = -80$

可得 $a = -2$

则实数 a 的值是 -2

故答案为: -2.

练7

答案: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

解答:

由题意, 设“甲球落入盒子中”为事件 A , “乙球落入盒子中”为事件 B , “甲、乙两球都落入盒子中”为事件 C , A, B 相互独立

$$\text{则 } P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(C) = P(AB) = P(A)P(B)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

甲、乙两球都不落入盒子中的概率为

$$P(\overline{AB}) = [1 - P(A)] \cdot [1 - P(B)]$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

故甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为 $1 - P(\overline{AB}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

故答案为: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$.

练 8

答案：300；三；8400

解答：

$$(1) 36 \div \frac{3}{2+4+9+7+3} = 300 \text{ (名)}$$

(2) 中位数在第三小组

∴这300个数据的中位数是从小到大排列后的第150和第151个数的平均数，而第150和第151个数位于第三小组

∴中位数在第三小组

(3) 根据视力表的显示读数，在[4.85, 5.15)之间只有4.9，5.0，5.1三个读数

∴可用[4.85, 5.15)的人数代表[4.9, 5.1]之间的人数

∴视力在4.9 ~ 5.1范围内的人有 $12 \times 7 = 84$ 人， $\frac{84}{300} \times 30000 = 8400$ (人)

故答案为：300；三；8400

练 9

解答：

(1) 根据产值增长率频数分布表得，所调查的100个企业中产值增长率不低于40%的企业频率为 $\frac{14+7}{100} = 0.21$

产值负增长的企业频率为 $\frac{2}{100} = 0.02$

用样本频率分布估计总体分布得这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例为21%，产值负增长的企业比例为2%

$$(2) \bar{y} = \frac{1}{100} \times (-0.10 \times 2 + 0.10 \times 24 + 0.30 \times 53 + 0.50 \times 14 + 0.70 \times 7) = 0.30$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{100} \sum_{i=1}^5 n_i (y_i - \bar{y})^2 \\ &= \frac{1}{100} \times [(-0.40)^2 \times 2 + (-0.20)^2 \times 24 + 0^2 \times 53 + 0.20^2 \times 14 + 0.40^2 \times 7] \\ &= 0.0296 \end{aligned}$$

$$s = \sqrt{0.0296} = 0.02 \times \sqrt{74} \approx 0.17$$

所以，这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值分别为0.3，0.17